

**UM ESTUDO DE SITUAÇÕES-PROBLEMA DO CAMPO MULTIPLICATIVO
EXPLORADAS POR PROFESSORES E ESTUDANTES DO ENSINO
FUNDAMENTAL**

**A STUDY OF CONTEXT PROBLEMS IN MULTIPLICATIVE FIELD EXPLOITED
BY TEACHERS AND STUDENTS OF ELEMENTARY EDUCATION**

**ESTUDIO DE SITUACIONES PROBLEMAS EN CAMPO MULTIPLICATIVO
EXPLOTADO POR MAESTROS Y ESTUDIANTES DE EDUCACIÓN PRIMARIA**

*Valdinei Cezar Cardoso
**Rúbia Barcelos Amaral-Schio
***Samuel Rocha de Oliveira

Resumo: Este artigo busca discutir diferentes estratégias adotadas por alunos e por professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental ao resolverem três problemas do campo conceitual multiplicativo, com o objetivo de entender alguns problemas e características na estruturação cognitiva de conceitos fundamentais de Matemática. Durante um programa nacional de formação continuada de professores, aplicamos um questionário como instrumento de coleta de dados. A análise nos mostra que os professores envolvidos na pesquisa não apresentaram dificuldades para resolver os problemas propostos, o que é um bom indicador de que eles possuem esquemas eficazes para a solução de situações-problema nesse campo conceitual. Por outro lado, muitos estudantes apresentaram dificuldades em resolver os mesmos problemas, alguns casos por envolverem números não inteiros (tema ainda não estudado por parte dos alunos), outros por dificuldades de leitura e de interpretação dos enunciados, e outros ainda por não verificarem se os resultados obtidos satisfaziam a questão proposta. Alguns erros fornecem indícios de que os alunos não desenvolveram estratégias de raciocínio do campo conceitual multiplicativo e, assim, não têm esquemas eficazes de resolver os problemas propostos. Outras manifestações nas soluções também apontam equívocos conceituais que devem ser entendidos pelos pesquisadores e professores, no sentido de desenvolverem ações que busquem superá-los.

Palavras-chave: Pró-Letramento. Ensino Fundamental. Educação Matemática. Teoria dos Campos Conceituais. Problemas de Multiplicação.

1. INTRODUÇÃO

Este texto é fruto de uma pesquisa realizada com professores e alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental intitulada *Representações de conceitos matemáticos no Ensino Fundamental*, financiada pela Capes¹.

As dificuldades de alunos no domínio, na competência ou no entendimento de conceitos básicos de Matemática têm sido observadas em exames escolares, em relatos dos próprios

* Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Licenciatura em Matemática. Universidade Federal do Espírito Santo, Professor do Magistério Superior. E-mail: 0000-0001-6620-862X. E-mail: v13dinei@gmail.com

** Graduação em Licenciatura em Matemática pela UNESP - Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (2000), Mestrado e Doutorado em Educação Matemática também pela UNESP (2002, 2007) e Pós-Doutorado na NCSU - North Carolina State University (2016). Livre docente de Educação Matemática na Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho". ORCID: 0000-0003-4393-6127. E-mail: rubiaba@gmail.com

*** Bacharel em Física pela Universidade de Brasília (1983), mestre em Física Teórica pela Universidade de Brasília (1986) e Ph.D. in Physics - University Of Texas At Austin (1992). Docente do Departamento de Matemática Aplicada IMECC/UNICAMP, Campinas. ORCID: 0000-0001-9219-1112. E-mail: samuel@ime.unicamp.br

¹ Capes - Programa Geral de Cooperação Internacional. Processo n. 45/14.

alunos, de professores, em exames de larga escala e aparecem já nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Neste trabalho, trataremos das soluções desenvolvidas por estudantes do terceiro e do quinto ano e por professores do primeiro ao quinto ano, todos do Ensino Fundamental, para três problemas que envolvem o campo conceitual multiplicativo.

Nossos dados foram obtidos a partir de instrumentos diagnósticos aplicados e coletados durante a realização de um programa nacional de formação de professores, o Pró-Letramento, contendo problemas de Matemática. Solicitamos que os professores participantes do Programa resolvessem os problemas e, também, que os aplicassem com seus alunos nas escolas onde atuavam.

O presente artigo traz uma discussão das estratégias utilizadas por 40 professores de uma cidade do Estado de São Paulo, bem como por 20 alunos do terceiro ano e 20 alunos do quinto ano de uma das escolas da mesma cidade, na resolução de três problemas multiplicativos. Nossa análise foi baseada na Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1990), pois consideramos relevante o estudo cognitivo da construção de conceitos matemáticos, além do conhecimento estanque de suas propriedades, representações ou símbolos apenas. A literatura tem vários artigos que abordam a resolução de problemas do campo conceitual multiplicativo sob essa ótica, mas encontramos apenas artigos que focam a perspectiva teórica (por exemplo, BELL; FISCHBEIN; GREER, 1984).

Bell, Fischbein e Greer (1984, p. 129) e Gitirana et al. (2014) apontam que os erros em situações envolvendo as operações de multiplicação ou de divisão usualmente são favorecidos pela existência de concepções equivocadas, tais como: “a multiplicação sempre aumenta”, “a divisão sempre envolve um número maior que é dividido por um número menor”, “divisão sempre diminui”.

Pensando em investigar se tais concepções são recorrentes, analisamos dois grupos: um de professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental e outro de estudantes do terceiro e do quinto ano desse mesmo nível de ensino. Discutiremos as soluções apresentadas por eles, detectando possíveis teoremas em ação apresentados durante a resolução de três situações-problema do campo conceitual multiplicativo.

2. A TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS (TCC) E ALGUNS TRABALHOS ANTERIORES

As concepções equivocadas envolvendo a multiplicação de números fracionários ou decimais têm início quando os estudantes realizam tal operação com diferentes números, sem

levar em consideração o significado do resultado obtido (BELL; FISCHBEIN; GREER, 1984). Para Vergnaud (1990), duas situações que envolvem a mesma operação matemática podem apresentar níveis diferentes de dificuldades para os estudantes se os contextos envolvidos trouxerem elementos desconhecidos por eles. Citando alguns trabalhos de Vergnaud, Gitirana et al. (2014, p. 12) afirmam que

[...] a aquisição do conhecimento se dá, em geral, por meio de situações e problemas já conhecidos, relacionados a características locais. Consequentemente, todos os conceitos têm um domínio de validade restrito, que varia de acordo com a experiência e com o desenvolvimento cognitivo do aluno.

Vergnaud (1990), com a TCC, investiga a organização cognitiva dos estudantes a partir de suas ações na resolução de situações-problema. Essas ações permitem a identificação dos elementos presentes na cognição, que caracterizam seus procedimentos na execução das tarefas e contribuem para o desenvolvimento da capacidade de inferência e de raciocínio.

Além disso, a TCC busca compreender as relações entre as rupturas que ocorrem na construção do conhecimento, na aprendizagem e no desenvolvimento cognitivo. Pelas lentes dessa teoria, um conceito adquire sentido para o sujeito, à medida que é adaptado para diversas situações-problema, teóricas ou práticas.

A adaptação do estudante às novas situações é que indica os caminhos para a aprendizagem, que se dá por meio da utilização de diversos conhecimentos, com o objetivo de se adequar às novas situações. Esses conhecimentos são classificados por Vergnaud (1990) como operatórios ou não operatórios. Para ser operatório, um conhecimento precisa fornecer ao sujeito mecanismos para tratar imediatamente uma situação e, nesse caso, o esquema² utilizado para resolver um problema é organizado.

O conhecimento não operatório é aquele com o qual o sujeito não consegue tratar imediatamente uma situação, devido ao fato de os esquemas serem desorganizados, incompletos ou ineficientes no contexto em que estão utilizando. A aprendizagem conceitual não ocorre da mesma forma para as crianças e para os adultos. No caso das crianças e dos adolescentes, a aprendizagem depende do desenvolvimento do aparato psíquico cognitivo e das situações por meio das quais as crianças precisam se adaptar para chegarem ao objetivo pretendido. Um caminho para conhecer a forma adaptativa do conhecimento de um sujeito é o estudo das suas ações em diversas situações propostas.

Diante disso, consideramos que a TCC ocupa um lugar de destaque no favorecimento da aprendizagem conceitual, pois, por um lado, pode auxiliar os professores a planejarem

² Organização invariante da conduta para uma classe de situações dadas (VERGNAUD, 1990, p. 2).

classes de situações que fomentam o desenvolvimento cognitivo dos estudantes e, por outro, oferece ferramentas que ajudam na compreensão, no desenvolvimento e na organização conceitual.

A identificação dos invariantes operatórios permite a um professor detectar esquemas ineficazes e, assim, auxiliar os estudantes na tarefa de transformar esquemas ineficazes em organizados. Geralmente, os erros e as dúvidas, quando do desenvolvimento de conceitos matemáticos, são derivados da aplicação de esquemas, disponíveis no aparelho cognitivo dos estudantes, em situações que eles consideram semelhantes, quando, na verdade, tais compatibilidades são apenas ilusórias ou parciais.

As novas situações podem pertencer a uma classe mais ampla de situações do que aquelas em que o esquema aplicado era eficaz, o que exige do estudante transferências, generalizações e deslocamentos de esquemas que, em muitos casos, ele não estaria apto a realizar sem a mediação do professor, de um colega mais experiente ou do contato com situações que lhe possibilitem, em um longo período de tempo, a adaptação dos seus esquemas para uma nova classe de situações.

Por isso, segundo Vergnaud (1990, p. 5), “[...] o reconhecimento dos invariantes é a chave da generalização do esquema”. Tal reconhecimento é favorecido por meio das diversas situações que envolvem o mesmo conceito e pela análise das dificuldades manifestadas pelos estudantes durante a resolução dos problemas.

Os invariantes operatórios podem ser de dois tipos: proposição (teoremas em ação) ou função proposicional (conceitos em ação). Os primeiros são mais gerais e suscetíveis de serem verdadeiros ou falsos, enquanto os do segundo tipo são mais específicos e constituem as peças fundamentais para a construção das proposições.

Se fizermos uma correspondência entre os conceitos em ação, os teoremas em ação e os conceitos e teoremas matemáticos, chegaremos à conclusão de que os últimos são apenas o ápice do iceberg da conceitualização, cuja base é formada pelos primeiros. Neste sentido, “[...] a operacionalidade de um conceito deve ser experimentada por meio de situações variadas, e o investigador deve analisar uma grande variedade de condutas e de esquemas para compreender sua consistência, do ponto de vista cognitivo” (VERGNAUD, 1990, p. 7).

Para propor uma forma de compreender as dificuldades apresentadas pelas crianças para a resolução de determinadas situações, dentro ou fora da escola, Vergnaud (1990) propôs a noção de campos conceituais.

Campo conceitual é, para ele, um conjunto informal e heterogêneo de problemas, situações, conceitos, relações, estruturas, conteúdos e operações de pensamento,

conectados uns aos outros e, provavelmente, entrelaçados durante o processo de aquisição (MOREIRA, 2002, p. 8).

Em nosso trabalho, discutiremos as respostas de um grupo de professores e de estudantes diante de três problemas do campo conceitual das estruturas multiplicativas. Os invariantes operatórios serviram de lente teórica e de suporte à nossa pesquisa, cuja metodologia apresentamos na seção seguinte.

Para isso, observamos que as questões que vamos analisar podem ter representações do tipo: $a.b = c$; a vezes b é igual a c ; ou o produto de a e b é c . Nos anos iniciais do Ensino Fundamental, os alunos começam com experiências e atividades em que a , b e c são números naturais e, gradativamente, com o estudo de frações e proporções, os alunos também são introduzidos aos conceitos básicos dos números racionais. Usualmente, cada situação-problema tem dois desses números dados como informações do problema e o terceiro como incógnita, de modo que o sinal de igualdade representa uma equação e não uma simples igualdade. Ademais, as frases em linguagem natural não são afirmações, e sim questões implícitas.

3. METODOLOGIA

A presente pesquisa é de cunho qualitativo e foca representações do campo conceitual das estruturas multiplicativas de alunos do terceiro e quinto anos do Ensino Fundamental e de professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Como observa D'Ambrósio (1996, p. 12), uma pesquisa dessa natureza está “[...] focalizada no indivíduo, com toda a sua complexidade, e na sua inserção e interação com o ambiente sociocultural e natural. O referencial teórico, que resulta de uma filosofia do pesquisador, é intrínseco ao processo.”

E, como enfatiza Goldenberg (2005, p. 14), “[...] na pesquisa qualitativa a preocupação do pesquisador não é com a representatividade numérica, mas com o aprofundamento da compreensão de um grupo social, de uma organização, de uma instituição, de uma trajetória, etc.”

Assim sendo, a preocupação central não é a generalização dos resultados, mas, sim, o processo de representação dos conceitos. Nesse cenário, os instrumentos diagnósticos aplicados durante o Pró-Letramento constituíram-se como dados desta pesquisa. No período de 2012 a 2013, foi desenvolvido, em âmbito nacional, organizado pelo Governo Federal, o *Pró-Letramento – Mobilização pela Qualidade da Educação*, que foi um programa de formação continuada de professores para a melhoria da qualidade de aprendizagem da leitura/escrita e da matemática nos anos/séries iniciais do ensino fundamental (BRASIL,

2007). O programa foi idealizado pelo Ministério da Educação, e contou com a parceria de universidades que integraram a chamada Rede Nacional de Formação Continuada, tendo ainda a adesão de Estados e Municípios. Participaram do Pró-letramento professores do Ensino Fundamental das escolas públicas brasileiras. Cabe observar que, nas universidades onde foram desenvolvidas as atividades do programa, havia formadores e tutores trabalhando em equipe, sendo cada tutor responsável por turmas de 25 professores em formação, e os tutores eram liderados pelos formadores.

Perto da finalização das atividades do Pró-letramento, nosso Grupo de Pesquisa – Pecimat³ – elaborou um instrumento diagnóstico contendo problemas de Matemática, que foi distribuído aos formadores, tutores e professores em formação para que resolvessem os problemas propostos. Estes últimos também solicitaram aos seus alunos do Ensino Fundamental que resolvessem os problemas.

Tivemos um retorno de mais de 500 instrumentos, constituindo um vasto material para análise. Escolhemos, para o presente artigo, focar os teoremas em ação utilizados durante a resolução de três atividades envolvendo o campo conceitual multiplicativo, por um grupo de 40 professores que atuam do primeiro ao quinto ano e por um grupo de 40 estudantes (sendo 20 do terceiro ano e 20 do quinto ano) de escolas públicas municipais do Estado de São Paulo, todos de um mesmo município. O município escolhido foi um dos que mais devolveu os nossos instrumentos. E, desse município, observamos todas as respostas dos professores, mas escolhemos, de forma aleatória, 20 estudantes de uma turma do terceiro ano de uma escola e 20 de uma turma de quinto ano de outra escola. Cabe observar ainda que optamos por analisar respostas de alunos de terceiro e quinto anos para tentar observar diferenças mais marcantes nas soluções dos alunos – por isso, saltamos o quarto ano.

4. ANALISANDO AS ATIVIDADES

As três atividades que vamos analisar estão descritas no Quadro 01.

Quadro 01 - Atividades que serão discutidas neste trabalho

Problema	Nome atribuído ao problema
Oito vezes qual número dá dois?	Multiplicação que reduz
Paguei R\$ 12,00 por três garrafas de refrigerantes. Quanto custa cada garrafa?	Refrigerantes
Tenho 3 pacotes de iogurte. Há 4 iogurtes em cada pacote. Quantos iogurtes eu tenho?	Iogurtes

Fonte: Questionários da pesquisa

³ Grupo de Pesquisa Pecimat - Tecnologias Digitais em Educação Matemática. Vinculado ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (Pecim) – Unicamp.

Núances: estudos sobre Educação, Presidente Prudente-SP, v. 29, n.3, p.192-214, Set./Dez., 2018. ISSN: 2236-0441. DOI: 10.32930/nuances.v29i3.5733.

Em relação às atividades, como a “Multiplicação que reduz”, cabe considerar o que destacam Gitirana et al. (2014): em geral, os estudantes do Ensino Fundamental têm o hábito de resolver situações envolvendo a multiplicação entre números inteiros e números racionais, no entanto em poucas oportunidades têm contato com momentos de discussão acerca dos resultados obtidos e do seu significado, o que, em geral, pode acarretar dificuldades para a resolução de situações dessa natureza.

O enunciado sucinto da questão “Oito vezes qual número dá dois?” aponta a operação de multiplicação e a informação de dois números. Se, por um lado, a operação de multiplicação é uma relação binária comutativa, por outro, a frase será diferente se trocarmos as palavras. Isto é, a pergunta “Oito vezes dois dá qual número?” tem outro significado. É claro que o conceito de multiplicação entre dois números naturais (8 e 2) é menos complexo do que o conceito implícito na atividade da pergunta proposta.

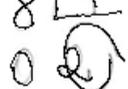
Convém ressaltar que a questão não ofereceu informações de outros significados para as quantidades informadas nem para o número pedido, como, por exemplo, se a situação-problema fosse: “oito vezes qual moeda dá dois reais?”.

Observamos também que a questão está colocada em linguagem natural e todos que desenvolveram seus teoremas em ação representaram os números informados pelos algorismos correspondentes. A redação da questão aponta para a multiplicação por causa da palavra “vezes”, mas o cálculo relacional que resolve a situação-problema não é o da multiplicação direta de dois números dados.

Já a atividade “Iogurtes”, de acordo com Gitirana et al. (2014), é um tipo de situação em que, para obterem sucesso, os estudantes precisam ter assimilado os conceitos de contagem, de quantidade, de distribuição em partes iguais e de correspondência multiplicativa de um para muitos elementos.

Em relação à atividade “Refrigerantes”, por tratar-se de uma operação de divisão, em geral, provoca mais dificuldades para a resolução dos estudantes do que uma multiplicação, já que envolve a distribuição das quantidades em partes que, dependendo da situação proposta e do aparecimento ou não do resto, podem constituir fatores que contribuem para que o número de erros seja maior do que em situações envolvendo multiplicações de números inteiros (SPINILLO et al., 2017).

Quadro 02 - Resoluções apresentadas pelos professores para a questão “Multiplicação que reduz”

Professores	Resoluções
P01, P02, P03, P04, P11, P17, P20, P21, P23, P39, P28	$\begin{array}{r} 0,25 \\ \times 8 \\ \hline 2,00 \end{array} \quad R = 0,25$
P22, P24, P29, P30, P33, P35	$0,25 \text{ ou } \frac{1}{4} \quad \begin{array}{r} 0,25 \\ \times 8 \\ \hline 2,00 \end{array} \quad \left \begin{array}{l} \frac{1}{4} \cdot 8 = 8 : 2 = 4 \\ \frac{4}{4} = 1 \quad \frac{8}{4} = 2 \\ \frac{4}{2} = 2 = 2 \\ \frac{2}{2} = 1 \end{array} \right.$
P05, P07, P08, P14, P15, P18, P25, P26, P27, P36	$8 \cdot x = 2 \quad \begin{array}{r} 20 \overline{) 8} \\ \underline{40} \\ 40 \\ \underline{0} \end{array}$ $x = \frac{2}{8} = 0,25$ <p style="text-align: right;">ou</p> $8 \times \square = 2 \quad \square = \frac{1}{4}$ $\square = \frac{2 \div 2}{8 \div 2}$
P31	<p>* fosse 1 dario 8 * fosse 0,5 dario 4 Então a metade que é 0,25</p> $\begin{array}{r} 0,25 \\ \times 8 \\ \hline 2,00 \end{array}$
P09, P10, P13, P16, P32, P34, P37, P38	$\begin{array}{r} 20 \overline{) 8} \\ \underline{40} \\ 40 \\ \underline{0} \end{array}$ <p>R: oito vezes 0,25 dá 2.</p>
P40	$8 \times \frac{1}{4} = 2 \text{ inteiros}$  $= 8 \text{ ou seja } = 2 \text{ inteiros}$
P06, P12, P19	$8 \overline{) 4} \quad 8 \times \frac{1}{4} = 2 \text{ inteiros}$ 

Fonte: Questionários da pesquisa

Todos os professores resolveram corretamente a atividade anterior e 9/40 dos professores resolveram a questão, deduzindo qual seria o número que, multiplicado por 8, daria 2, apresentando o resultado de forma semelhante à apresentada no Quadro 03.

Quadro 03 - Algumas resoluções de um grupo de professores para a questão “Multiplicação que reduz”

$\begin{array}{r} 0,25 \\ \times 8 \\ \hline 2,00 \end{array}$	$R = 0,25$	$0,25 \text{ ou } \frac{1}{4}$	$\begin{array}{r} 0,25 \\ \times 8 \\ \hline 2,00 \end{array} \quad \left \begin{array}{l} \frac{1}{4} \cdot 8 = 8 : 2 = 4 \\ \frac{1}{4} : 1 = 4 : 2 = 2 \\ \frac{1}{2} : 2 = \frac{2}{2} = 1 \end{array} \right.$
--	------------	--------------------------------	--

Fonte: Questionários da pesquisa

Destacamos, ainda, que metade dos professores recorreu à linguagem algébrica para resolver a questão (Figura 01).

Figura 01 - Resolução por meio da linguagem algébrica

$$\begin{array}{l} 8 \cdot x = 2 \\ x = \frac{2}{8} = 0,25 \end{array} \quad \begin{array}{r} 20 \overline{) 8} \\ \underline{40} \\ 400 \\ \underline{400} \\ 0 \end{array}$$

Fonte: Questionários da pesquisa (Resolução do professor P05)

É possível notar que eles organizaram a resposta na sequência em que as informações aparecem no enunciado da questão, recorrendo ao uso da linguagem algébrica, que não é utilizada na prática docente deles, já que o programa curricular da disciplina de Matemática das escolas em que eles trabalham só prevê o uso da linguagem algébrica a partir do sexto ou sétimo ano do Ensino Fundamental.

Vejamos as resoluções dos estudantes para essa questão.

Quadro 04 - Resolução dos estudantes do terceiro ano para a questão “Multiplicação que reduz”

Estudante	Cálculo relacional e/ou resposta
A01	<i>Eu achei essa muito mais muito difícil</i>
A02	$\begin{array}{r} 8 \\ \times 2 \\ \hline 16 \end{array}$
A03, A09, A16, A18	BRANCO
A04	<i>R: oito vezes dois e que é o certo</i>
A05	$8 \times 1 = 2$
A06	$\begin{array}{r} 3 \\ \times 3 \\ \hline 9 \end{array}$
A07	$8 \times \boxed{16} = 2$

A08	$\begin{array}{r} 08 \\ 02 \\ \hline 06 \end{array}$ <p>Resposta 6 mais um que fogem de menos!</p>
A10	$\begin{array}{r} \times 08 \\ 06 \\ \hline 02 \end{array}$
A11	$8 \times 2 = 2$
A12	$\begin{array}{r} 8 \\ + 6 \\ \hline 2 \end{array}$
A13	menor número de dias
A14	$\begin{array}{r} 8 \\ \times 2 \\ \hline 8 \end{array}$
A15	<p>Excesso de 16 $\frac{8}{16}$</p>
A17	$8 \times 1 = 2$
A19	Não entendi
A20	R: 8 vezes 6 da 2 $\frac{8}{2}$

Fonte: Questionários da pesquisa

Quadro 05 - Resolução dos estudantes do quinto ano para a questão “Multiplicação que reduz”

B02, B06, B08, B10, B17, B19	Não fez
B03, B09, B15, B18	$\begin{array}{r} 8 \overline{) 2} \\ 04 \text{ R: } 4 \end{array}$
B01, B04, B05, B07, B13, B16, B20	$\begin{array}{r} 20 \overline{) 8} \\ 400,25 \\ 0 \end{array}$ $\begin{array}{r} 2,45 \\ \times 8 \\ \hline 2,00 \end{array}$
B11	$2 \times 4 = 8$
B12	$\begin{array}{r} 2,0 \overline{) 8} \\ 4,0 \quad 2,5 \\ 0 \end{array}$
B14	$\begin{array}{r} 20 \overline{) 8} \\ 40 \quad 205 \\ 0 \end{array}$ <p>R=205</p>

Fonte: Questionários da pesquisa

A análise das respostas apresentadas pelos estudantes do terceiro ano nos permite notar que nenhum deles conseguiu resolver a questão, muito provavelmente porque os estudantes desse nível de ensino nunca realizaram operações envolvendo números decimais, racionais ou fracionários.

Em relação aos estudantes do quinto ano, nota-se que sete deles efetuaram corretamente a operação, enquanto sete não chegaram ao resultado correto, ainda que tenham interpretado corretamente a questão (é possível conjecturar que essa dificuldade se relaciona à divisão envolvendo números decimais). Cabe observar que seis alunos não resolveram o problema.

Gitirana et al. (2014, p. 12) apontam que é comum os estudantes construírem a crença de que “multiplicar sempre aumenta” e, neste caso, “ao se multiplicar 8 por um número qualquer, o produto seria sempre um número maior que 8”. É possível identificar que, quando a situação tratada não é semelhante às usuais exploradas em aula, os alunos costumam então deixar em branco a resposta, ou justificar o fato de não terem resolvido, como ilustra a Figura 02.

Figura 02 - Resposta do estudante A13

A handwritten note in black ink that reads "menor numero de dois". The handwriting is cursive and somewhat slanted.

Fonte: Questionários da pesquisa (Resolução do estudante A13)

Tal resposta indica uma surpresa do estudante ao pensar que o número 8, multiplicado por um determinado número, resulta em dois, o que, no conjunto dos números naturais, não é possível, mas quando pensamos nos números racionais, tal operação torna-se factível. Entendemos que o fato de a multiplicação não gerar um resultado maior do que um dos fatores envolvidos foi preponderante para que os estudantes não tivessem sucesso.

Notamos que, nas resoluções dos estudantes do quinto ano, não ocorreram tantos erros com a operação, pelo fato de eles já estarem acostumados a lidar com operações envolvendo números decimais. Mesmo assim, ainda detectamos que apenas 6/20 dos estudantes apresentaram uma solução correta para a questão, o que sinaliza que ainda é necessário o contato com diversas situações envolvendo números decimais para que eles possam compreender a forma operatória e os conceitos envolvidos.

O resultado de uma multiplicação envolvendo números racionais, em que se fornece um dos fatores e o produto entre eles, e pede-se para o estudante determinar o outro fator da multiplicação, por si só, já traz dificuldades para muitos estudantes (GITIRANA et al., 2014),

e quando a operação envolvida contém números racionais desconhecidos, a dificuldade é ampliada.

Pelos resultados obtidos pelos estudantes nessa questão, e considerando o referencial teórico da TCC de Vergnaud (1990), inferimos que esse grupo de estudantes apresentou indícios de ainda não terem desenvolvido, de forma operatória, os conhecimentos necessários para lidar com situações como esta, especialmente os alunos do quinto ano, que já estudaram o conteúdo envolvido. Um caminho para a superação dessas dificuldades seria o contato com diferentes situações que envolvessem os sentidos da multiplicação.

Para sintetizarmos os resultados obtidos pelos professores e pelos estudantes na resolução dessa atividade, apresentamos o Quadro 06.

Quadro 06 - Caracterização das resoluções apresentadas pelos professores e pelos estudantes na questão “Multiplicação que reduz”

	Cálculo relacional correto e resposta correta	Cálculo relacional correto e resposta errada	Cálculo relacional errado e resposta correta	Cálculo relacional errado e resposta errada	Acertou e não apresentou o cálculo relacional	Errou e não apresentou o cálculo relacional	Deixou em branco
Professores	40	0	0	0	0	0	0
Estudantes do 3º ano	0	0	0	13	0	3	4
Estudantes do 5º ano	6	2	0	6	0	0	6

Fonte: Questionários da pesquisa

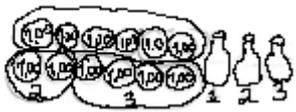
Sinalizamos que todos os professores resolveram corretamente a questão solicitada, no entanto nem todos utilizaram procedimentos de resolução aplicáveis ao nível de ensino em que atuam, como, por exemplo, o recurso à linguagem algébrica e à equação do primeiro grau, temas que os estudantes só terão contato a partir do quinto ou sexto ano do Ensino Fundamental.

Em relação às resoluções dos estudantes do 3º ano, notamos que a maioria (13) tentou resolver a questão, mas errou ao interpretar o enunciado da atividade. Muitos efetuaram adições, outros multiplicaram o 8 pelo dois, considerando os números 8 e 2 como fatores da multiplicação. No caso dos estudantes do 5º ano, também destacamos que a maioria tentou resolver a questão, e o índice de acertos, como era esperado por estarem em uma série mais avançada, foi maior do que o dos estudantes do 3º ano. Os erros cometidos, em geral, foram parecidos com os do 3º ano, exceto nos casos em que os estudantes compreenderam a questão, mas erraram quando foram fazer uma divisão envolvendo números decimais. O que não era de se esperar era que 6 alunos nem tentassem resolver, uma vez que a divisão já é uma

operação conhecida do aluno, assim como a multiplicação, o que provavelmente indica que não conseguem interpretar nada da questão proposta.

No âmbito das resoluções dos professores para a questão dos “Refrigerantes”, temos o seguinte quadro:

Quadro 07 - Resoluções dos professores para a questão dos “Refrigerantes”

Professores	Resoluções da questão “Refrigerantes”
P24, P26, P33	$\begin{array}{l} 1 - x \\ 3 - 12 \\ 3 \cdot x = 12 \end{array}$ $3x = 12$ $x = \frac{12}{3}$ $12 \overline{) 12} \begin{array}{l} 3 \\ \underline{12} \\ 0 \end{array}$ <p>R: Cada garrafa custa R\$4,00</p>
P31	 $\begin{array}{r} 12 \overline{) 12} \\ \underline{0} \\ 4 \end{array}$ <p>R: Cada garrafa custa R\$4,00</p>
Todos os demais professores	$\begin{array}{r} 12,00 \overline{) 12} \\ \underline{00} \\ 4,00 \end{array}$ <p>R\$4,00 cada garrafa de refrigerante</p>

Fonte: Questionários da pesquisa

Analisando essas respostas, notamos que três deles utilizaram também a linguagem algébrica para resolver a questão (P24, P26 e P33), sendo que o professor P26 já tinha usado o procedimento algébrico para solucionar a questão anterior.

O professor P31 resolveu a questão de forma detalhada e usando figuras, o que é um indício de que ele se preocupou em fazer uso de um procedimento de resolução semelhante ao que utilizaria para resolver esse problema com os alunos, como na estratégia da solução à questão anterior também. Os demais professores efetuaram a divisão do número 12 pelo número 3, obtendo o resultado 4.

No Quadro 08, podemos ver as soluções dos estudantes para essa questão.

Quadro 08 - Resoluções dos estudantes do terceiro ano referentes à questão “Refrigerantes”

Alunos	Resoluções da questão “Refrigerantes”
A01	 <p>R: Cada garrafa custa R\$ 4,00</p>
A02	<p>R: Cada garrafa custa R\$ 12,00</p>
A03	$\begin{array}{r} + 12 \\ 3 \\ \hline 15 \end{array}$
A04	<p>R: Cada garrafa custa R\$ 4,00</p> $\begin{array}{r} 4 \\ 4 \\ 4 \\ \hline 12 \end{array}$
A05	<p>1 + 2 = 3</p>  <p>R: o refrigerante custa R\$ 3,00</p>
A06	$\begin{array}{r} 12 \\ + 12 \\ \hline 24 \end{array}$ <p>R: Cada garrafa custa R\$ 24,00.</p>
A07, A08	$\begin{array}{r} 12 \\ - 3 \\ \hline 9 \end{array}$ <p>a garrafa custa 9 reais?</p>
A09	$\begin{array}{r} 12 \\ + 3 \\ \hline 15 \end{array}$ <p>as garrafas custa R\$ 15</p>

A10	As garrafas de refrigerante e R\$ 15,00
A11	$\begin{array}{r} 12 \\ - 6 \\ \hline 06 \end{array}$
A12	$\begin{array}{r} 4 \\ 4 \\ 4 \\ \hline 12 \end{array}$ R: Cada garrafa custa R\$ 12,00
A13	3 garrafas e R\$ 36,00 $\begin{array}{r} 12 \\ 12 \\ 12 \\ \hline 36 \end{array}$
A14	$\begin{array}{r} 12,00 \\ + 3,00 \\ \hline 15,00 \end{array}$ R: Custa 15,00 Cada garrafa
A15	$\begin{array}{r} 12 \rightarrow B \\ 12 \rightarrow B \\ 12 \rightarrow B \\ \hline 36 \end{array}$ Ele precisa de R\$ 36,00
A16	R\$ 12,00 
A17	$\begin{array}{r} 12 \\ + 03 \\ \hline 15 \end{array}$ As garrafas de refrigerante custa R\$ 350
A18	$\begin{array}{r} + 12 \\ 3 \\ \hline 15 \end{array}$
A19	A garrafa de refrigerante custa 2 reais
A20	$\begin{array}{r} 12 \\ + 12 \\ 12 \\ \hline 36 \end{array}$ R: Cada garrafa custo 36, R\$ 36,00

Fonte: Questionários da pesquisa

Dos estudantes do 3º ano, apenas um estudante (A04) resolveu corretamente a questão, apresentando o cálculo relacional utilizado. A maioria dos estudantes (15 estudantes) tentou resolver a questão, mas utilizou um cálculo relacional incorreto, o que os fez chegar a respostas equivocadas. Destacamos ainda que um estudante (A16) utilizou um cálculo relacional correto, no entanto não soube apresentar a resposta numericamente.

Quadro 09 - Resoluções dos estudantes do quinto ano referentes à questão “Refrigerantes”

Alunos	Resoluções da questão “Refrigerantes”
B01, B02, B04, B05, B06, B07, B08, B09, B10, B11, B12, B13, B14, B15, B16, B18, B19, B20	$\begin{array}{r} 1213 \\ 04 \\ \hline \end{array}$ <p>R: a garrafa custou 4,00</p>
B03	$\begin{array}{r} 4,00 \\ 4,00 \\ \hline 8,00 \\ 4,00 \\ \hline 12,00 \end{array}$ <p>Custo 4 reais cada garrafa</p>
B17	$\begin{array}{r} R\$12,00 \\ -3 \\ \hline R\$11,00 \end{array}$ <p>R: cada garrafa custa R\$11,00 reais</p>

Fonte: Questionários da pesquisa

Em relação aos estudantes do 5º ano, notamos que apenas um estudante não conseguiu chegar ao resultado correto (B17). Das soluções corretas, apenas um estudante usou o raciocínio aditivo (B3), o que pode ser um indício de que ele ainda não consegue operar uma multiplicação sem o auxílio da adição. Os demais resolveram corretamente, utilizando-se da operação divisão.

A seguir, apresentamos uma síntese das respostas apresentadas pelos professores e pelos estudantes.

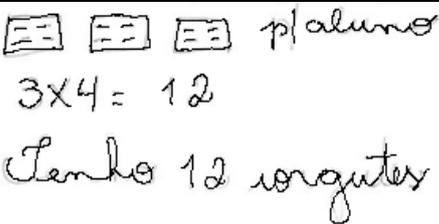
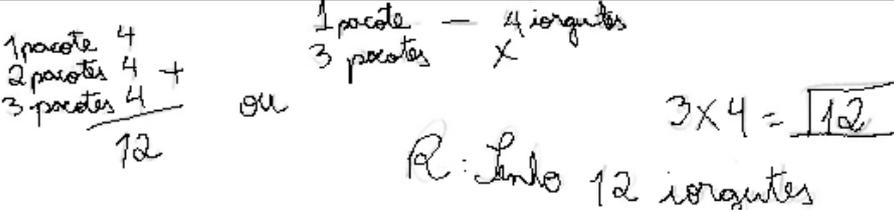
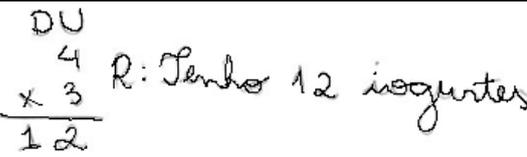
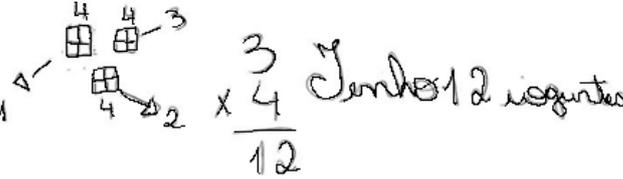
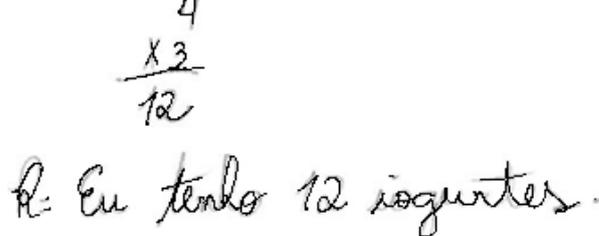
Quadro 10 - Caracterização das resoluções apresentadas pelos professores e pelos estudantes na questão “Refrigerantes”

	Cálculo relacional correto e resposta correta	Cálculo relacional correto e resposta errada	Cálculo relacional errado e resposta correta	Cálculo relacional errado e resposta errada	Acertou e não apresentou o cálculo relacional	Errou e não apresentou o cálculo relacional	Deixou em branco
Professores	40	0	0	0	0	0	0
Estudantes do 3º ano	1	2	0	15	1	1	0
Estudantes do 5º ano	19	0	0	1	0	0	0

Fonte: Questionários da pesquisa

A seguir, analisaremos a questão dos “Iogurtes”.

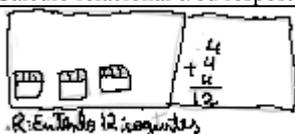
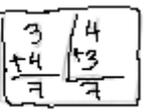
Quadro 11 - Resoluções dos professores para a questão “Iogurtes”

Professor	Resposta
P07	 <p> $3 \times 4 = 12$ Tenho 12 iogurtes </p>
P14	 <p> $1 \text{ pacote } 4$ $2 \text{ pacotes } 4 +$ $3 \text{ pacotes } 4$ $\hline 12$ </p> <p>ou</p> <p> $1 \text{ pacote } - 4 \text{ iogurtes}$ $3 \text{ pacotes } \times$ </p> <p> $3 \times 4 = 12$ R: Tenho 12 iogurtes </p>
P15	 <p> DU $\begin{array}{r} 4 \\ \times 3 \\ \hline 12 \end{array}$ R: Tenho 12 iogurtes </p>
P23	 <p> $\begin{array}{r} 4 \\ \times 3 \\ \hline 12 \end{array}$ Tenho 12 iogurtes </p>
Todos os demais professores	 <p> $\begin{array}{r} 4 \\ \times 3 \\ \hline 12 \end{array}$ R: Eu tenho 12 iogurtes. </p>

Fonte: Questionários da pesquisa

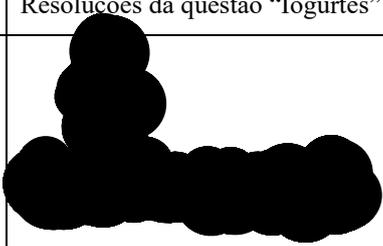
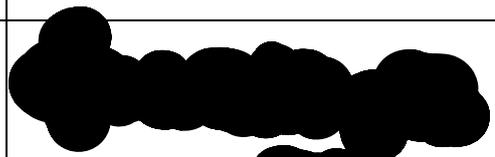
Todos os professores resolveram corretamente a questão. Quatro dos professores (P07, P14, P15 e P23), além de resolverem a questão, também utilizaram figuras ou detalharam a resolução, dando a entender que a sua forma de solução é próxima daquela que utilizariam durante uma aula para os estudantes do Ensino Fundamental. Os Quadros 12 e 13 ilustram as resoluções dos estudantes.

Quadro 12 - Resoluções dos estudantes do 3º ano referentes à questão “Iogurtes”

Estudante	Cálculo relacional e/ou resposta
A01	 R: Então 12 iogurtes
A02, A05, A06	 No pacote tem 7 iogurtes
A03, A08, A09, A10, A14, A15, A16	$3+4=7$
A04	Mas eu não sei como fazer a conta
A07, A12	 Ele tem 12 iogurtes
A11	Eu sei a resposta, mas não sei a conta é 14.
A13	Ele tem 12
A17	 Ele tem 12 iogurtes
A18, A19	ela tem 12 iogurtes
A20	Ele tem 12 iogurtes

Fonte: Questionários da pesquisa

Quadro 13 - Resoluções dos estudantes do quinto ano referentes à questão “Iogurtes”

Alunos	Resoluções da questão “Iogurtes”
B01, B03, B04, B05, B06, B07, B08, B09, B10, B11, B12, B13, B14, B15, B17, B18, B19, B20	
B02	
B13	

Fonte: Questionários da pesquisa

As respostas dos estudantes do 3º ano nos permitem inferir que metade dos estudantes (10 estudantes) apenas somou os dois valores fornecidos no problema e apresentou o resultado como sendo a resposta ao problema, indicando que os alunos usaram esquemas do campo conceitual aditivo sem se atentarem para o fato de que não seriam apropriados para o problema proposto. Muito provavelmente, a leitura do problema não foi interpretada corretamente. É importante que os professores percebam essa deficiência ainda nos anos iniciais, pois a dificuldade de leitura e interpretação de textos é um dos fatores que favorecem o insucesso escolar em Matemática (SANCHEZ, 2004; HELAL FILHO, 2014).

Também é possível identificar que, dos estudantes que resolveram corretamente a questão e apresentaram os caminhos seguidos para resolver, todos recorreram à soma para chegar à resposta, que é a operação que eles dominam nesse nível de ensino. Provavelmente, ainda não adquiriram a mesma segurança na operação de multiplicação por não terem tido tanto contato com variadas situações envolvendo a operação de multiplicação; portanto, não priorizam resolver esse tipo de situação, usando a operação de multiplicação, o que, segundo Vergnaud (1990), é um indício de que o conceito de multiplicação ainda não está desenvolvido no sistema cognitivo dos estudantes, como se espera nesse nível de ensino.

No que tange aos estudantes do 5º ano, nota-se que 19 resolveram corretamente a operação, utilizando um cálculo relacional que envolve a multiplicação. Apenas um estudante (B02) errou a questão por não interpretar corretamente o seu enunciado. O estudante B13, apesar de ter apresentado o número correto para a multiplicação, escreveu “pacotes de iogurtes”, e não iogurtes, como seria o correto. Tal erro pode ser um indício de que ele não tenha compreendido completamente a questão proposta, como pode ter sido um equívoco no momento do registro escrito. A seguir, apresentamos uma síntese das respostas dos estudantes e dos professores na questão “Iogurtes”.

Quadro 14 - Caracterização das resoluções apresentadas por professores e por estudantes na questão “Iogurtes”

	Cálculo relacional correto e resposta correta	Cálculo relacional correto e resposta errada	Cálculo relacional errado e resposta correta	Cálculo relacional errado e resposta errada	Acertou e não apresentou o cálculo relacional	Errou e não apresentou o cálculo relacional	Deixou em branco
Professores	40	0	0	0	0	0	0
Estudantes do 3º ano	5	0	0	10	3	1	1
Estudantes do 5º ano	19	0	0	1	0	0	0

Fonte: Questionários da pesquisa

O quadro anterior nos mostra que os professores acertaram todas as questões, mas nem todos utilizaram cálculo relacional referente à forma como explicam os conteúdos para os estudantes do Ensino Fundamental, talvez porque não deixamos claro que deveriam fazê-lo durante a aplicação do instrumento diagnóstico.

Em relação às respostas dos estudantes, pelos dados analisados, temos indícios de que os estudantes do terceiro ano apresentam dificuldades de leitura e interpretação de textos, e têm mais segurança em utilizar a adição do que a multiplicação. No caso dos estudantes do quinto ano, nota-se uma maior segurança na operação da multiplicação, também envolvendo números decimais, levando a um menor número de erros.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Em relação ao nosso problema de pesquisa, que consistiu em investigar diferentes estratégias adotadas por estudantes do terceiro e do quinto ano do Ensino Fundamental e por professores do primeiro ao quinto ano do Ensino Fundamental ao resolverem três problemas envolvendo a operação de multiplicação, entendemos que a maior causa dos erros e acertos dos estudantes foi seu grau de compreensão da situação proposta.

Os professores não apresentaram dificuldades em resolver os problemas propostos, ainda que muitos tenham usado linguagem simbólica ou não tenham dado explicações de como se resolve, apresentando poucos passos para a solução ou apenas esta.

Os alunos de terceiro ano tiveram muitas dificuldades, pois nenhum dos problemas era de aplicação direta do procedimento de multiplicação, sendo que um dos problemas não estava relacionado a conteúdos estudados previamente. Os alunos de quinto ano tiveram mais sucesso do que os de terceiro ano, como era de se esperar, mas, ainda assim, com indícios de que o campo das estruturas multiplicativas não foi desenvolvido o suficiente para produzir esquemas eficazes de soluções de problemas.

Mas este cenário é reversível; as experiências com as quais o estudante tem contato devem possibilitar que um esquema ineficaz, utilizado em uma determinada classe de situações, seja modificado ou até mesmo substituído, conforme sua aplicabilidade e eficácia no novo cenário, como percebido com o aumento do número de acertos e do uso de estratégias mais elaboradas de cálculo, quando comparamos os estudantes do terceiro e do quinto ano (VERGNAUD, 1990).

A identificação dos invariantes mobilizados em uma classe de situações é fundamental para o aprendizado de conceitos matemáticos, uma vez que permite compreender as dificuldades dos estudantes: na interpretação dos enunciados das situações-problema, na

interpretação dos significantes e nas condutas, bem como na organização em situações com as quais são confrontados.

Em nosso trabalho, especificamente na análise das resoluções apresentadas para a primeira questão, encontramos indícios de que os estudantes acreditam que a “multiplicação sempre aumenta”, confirmando o que constataram Gitirana et al. (2004). Tal informação é importante para nortear o trabalho dos professores apontando que é necessário o contato com variadas situações que contradizem essa ideia, para que eles ampliem a sua compreensão acerca da multiplicação.

De acordo com Gitirana et al. (2014, p. 16), “[...] a competência é diagnosticada, portanto, pela ação do aluno diante das situações”. Sendo assim, acreditamos que nosso trabalho contribui para identificar dificuldades ou concepções dos estudantes em situações relacionadas ao campo conceitual multiplicativo, o que nem sempre é possível de ser feito, durante as aulas regulares dos estudantes, pelos professores. Esperamos contribuir para que mais professores possam identificar tais concepções também em seus alunos e antecipar algumas ações, no sentido de possibilitar a aprendizagem em Matemática.

6. AGRADECIMENTOS

Agradecemos à Capes, pelo financiamento da pesquisa (Processo n. 45/14).

A STUDY OF CONTEXT PROBLEMS IN MULTIPLICATIVE FIELD EXPLOITED BY TEACHERS AND STUDENTS OF ELEMENTARY EDUCATION

Abstract: This article tries to discuss different strategies adopted by students and teachers of the Initial Years of Elementary Education in solving three problems of the multiplicative conceptual field, in order to understand some problems and features in the cognitive structuring of fundamental concepts of Mathematics. During a national program of continuing teacher training, we applied a questionnaire as a data collection instrument. The analysis shows that the teachers involved in the research did not present difficulties to solve the proposed problems, which is a good indicator that they have effective schemes for solving problems situations in this conceptual field. On the other hand, many students presented difficulties in solving the same problems, especially those involving non-integer numbers (a subject not yet studied by all the students), some also because of difficulties in reading and interpreting the statements, and others because they did not verify if results satisfied the proposed question. Some errors provide evidence that students have not developed reasoning strategies in the multiplicative conceptual field and thus do not have effective schemes for solving the proposed problems. Other manifestations in the solutions also point to conceptual misunderstandings that must be understood by researchers and teachers, in the sense of developing actions that seek to overcome them.

Keywords: Pró-Letramento. Elementary School. Mathematical Education. Conceptual Field Theory. Multiplication Problems.

ESTUDIO DE SITUACIONES PROBLEMAS EN CAMPO MULTIPLICATIVO EXPLOTADO POR MAESTROS Y ESTUDIANTES DE EDUCACIÓN PRIMARIA

Resumen: Este artículo trata de discutir diferentes estrategias adoptadas por estudiantes y profesores de los Años Iniciales de Educación Primaria para resolver tres problemas del campo conceptual multiplicativo, a fin de comprender algunos problemas y características en la estructuración cognitiva de los conceptos fundamentales de las Matemáticas. Durante un programa nacional de formación continuada de docente, aplicamos un cuestionario como instrumento de captación de datos. El análisis muestra que los docentes involucrados en la investigación no presentaron dificultades para resolver los problemas propuestos, lo que es un buen indicador de que cuentan con esquemas efectivos para resolver situaciones problemáticas en este campo conceptual. Por otro lado, muchos estudiantes presentaron dificultades para resolver los mismos problemas, especialmente aquellos que involucran números no enteros (un tema aún no estudiado por todos los estudiantes), algunos también debido a las dificultades para leer e interpretar los enunciados, y otros porque no verificó si los resultados satisfacían la pregunta propuesta. Algunos errores proporcionan evidencia de que los estudiantes no han desarrollado estrategias de razonamiento en el campo conceptual multiplicativo y, por lo tanto, no tienen esquemas efectivos para resolver los problemas propuestos. Otras manifestaciones en las soluciones también apuntan a malentendidos conceptuales que deben ser entendidos por investigadores y docentes, en el sentido de desarrollar acciones que buscan superarlos.

Palabras clave: Pró-Letramento. Escuela primaria. Educación Matemática. Teoría de campo conceptual. Problemas de multiplicación.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Pró-Letramento: Matemática**. Brasília, 2007. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/arquivos/pdf/fasciculo_mat.pdf>. Acesso em: 10 de abr. 2018.

BELL, A.; FISCHBEIN, E.; GREER, B. Choice of operation in verbal arithmetic problems: the effects of number size, problem structure and context. **Educational Studies in Mathematics**, v. 15, n. 2, p. 129-147, maio 1984.

D'AMBRÓSIO, U. **Educação matemática: da teoria à prática**. 7. ed. Campinas: Papirus, 1996.

GITIRANA, V. et al. **Repensando a multiplicação e a divisão: contribuições da teoria dos campos conceituais**. São Paulo: Proem, 2014.

GOLDENBERG, M. **A arte de pesquisar: como fazer pesquisa qualitativa em Ciências Sociais**. Rio de Janeiro: Record, 2005.

HELAL FILHO, W. Ensino de Matemática esbarra nos problemas de leitura. **O Globo**. 10 fev. 2014. Disponível em: <<https://oglobo.globo.com/sociedade/educacao/ensino-de-matematica-esbarra-nos-problemas-de-leitura-11556153>>. Acesso em: 10 de abr. 2018.

MOREIRA, M. A. A teoria dos campos conceituais de Vergnaud, o ensino de ciências e a pesquisa nesta área. **Investigações em Ensino de Ciências**, Porto Alegre, v. 7, n. 1, p. 7-29, 2002.

SANCHEZ, J.N.G. **Dificuldades de aprendizagem e intervenção psicopedagógica**. Porto Alegre: Artmed, 2004.

SPINILLO, A.G. et al. Formulação de problemas matemáticos de estrutura multiplicativa por professores do Ensino Fundamental. **Bolema**, Rio Claro, v. 31, n. 59, p. 928-946, dez. 2017. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0103-636X2017000300928&lng=en&nrm=iso>. Acesso em: 19 de dez. 2017.

VERGNAUD, G. La théorie des champs conceptuels. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, v. 10, n. 23, p. 133-170, 1990.

Recebido em dezembro de 2017.

Aprovado em agosto de 2018.