

## **O CONHECIMENTO DIDÁCTICO EM ESTATÍSTICA: UM ESTUDO EXPLORATÓRIO COM PROFESSORES DE MATEMÁTICA DO ENSINO SECUNDÁRIO**

### **THE DIDACTIC KNOWLEDGE IN STATISTICS: AN EXPLORATORY STUDY WITH MATHEMATICS TEACHERS IN SECONDARY EDUCATION**

*Sandra Maria Oliveira Quintas<sup>1</sup>*

*Hélia Margarida Aparício Pintão de Oliveira<sup>2</sup>*

*Rosa Antónia de Oliveira Figueiredo Tomás Ferreira<sup>3</sup>*

**RESUMO:** Este estudo tem como objectivo analisar o conhecimento didáctico do professor que ensina Estatística, no ensino secundário, centrando-se principalmente no conhecimento estatístico e nas suas percepções das dificuldades dos alunos neste domínio. Os dados foram recolhidos através de um questionário a professores de Matemática, enviado às 145 escolas com ensino secundário pertencentes à Direcção Regional de Educação do Norte, em Portugal. Obtiveram-se 120 questionários validados. As conclusões do estudo sugerem a necessidade de se apostar na formação continuada dos professores de Matemática, no âmbito da Estatística. Parece existir, em particular, necessidade de os professores ampliarem os seus conhecimentos didácticos em Estatística de modo a poderem ajudar os alunos a aprender conceitos e processos estatísticos com significado.

**PALAVRAS-CHAVE:** Educação Matemática; conhecimento didáctico em Estatística; conhecimento estatístico; conhecimento do aluno; ensino secundário.

**ABSTRACT:** This study aims at analyzing teachers' didactical knowledge in Statistics, at the secondary level. It is mainly focused on teachers' statistical knowledge and perceptions of the students' difficulties in learning Statistics. Data were collected through a questionnaire which was sent to the 145 schools with secondary education classes in the Northern Educational District of Portugal. The questionnaire was administered to mathematics teachers, and 120 validated responses were obtained. The analysis of the data suggests that attention be paid to mathematics teacher education programs and professional development initiatives regarding the domain of Statistics. It seems of utmost importance that teachers develop their didactical knowledge in Statistics in order to help students to learn statistical concepts and procedures with meaning.

**KEYWORDS:** Mathematics Education; Didactical Knowledge in Statistics; Statistical Knowledge; Students' Knowledge; Secondary School Level.

---

<sup>1</sup> Mestre em Estatística Aplicada; Doutoranda no Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, Portugal. E-mail: sandramquintas@gmail.com

<sup>2</sup> Doutora em Educação – Didática da Matemática; Professora da Faculdade de Ciências da Universidade do Porto, Portugal. E-mail: hmoliveira@ie.ul.pt

<sup>3</sup> Doutora em Educação Matemática; Professora da Faculdade de Ciências da Universidade do Porto, Portugal. E-mail: rferreir@fc.up.pt

## INTRODUÇÃO

Na actual sociedade global prolifera a informação quantitativa (na publicidade, na comunicação social, etc.) e, em particular, a informação estatística está presente como forma de lhe dar credibilidade. As ideias estatísticas são também utilizadas em diversas áreas do saber. Todavia, vários estudos apresentam evidência de que habitualmente os adultos não pensam estatisticamente para analisar e tomar decisões sobre questões pessoais importantes (BEN-ZVI; GARFIELD, 2004). Para esta situação contribuirá a formação estatística que se recebe na escola, uma vez que tem existido uma tendência para a valorização do cálculo e de aspectos técnicos, em detrimento de actividades como o planeamento de um estudo estatístico e a análise de dados e sua interpretação (PONTE; FONSECA, 2001; BURRILL, 2008).

Vários investigadores apoiam a ideia de que os professores de Matemática precisam de possuir um conhecimento de Matemática profundo para o exercício da sua profissão; contudo, consideram que esse conhecimento por si só não é suficiente para garantir um ensino efectivo (SHULMAN, 1986; PONTE; CHAPMAN, 2006). Apesar da literatura revelar ainda um défice de estudos sobre o ensino da Estatística e, muito em particular, no ensino secundário, a investigação realizada especificamente nesta área revela existirem lacunas ao nível do conhecimento estatístico e do conhecimento pedagógico do professor (FERNANDES, 2009).

Segundo Branco (2000), é fundamental ter-se uma percepção das dificuldades e dos sucessos que professores e alunos experienciam no ensino e aprendizagem da Estatística de forma a progredir-se no seu ensino. Neste sentido, constitui objectivo deste estudo exploratório analisar alguns aspectos do conhecimento didáctico do professor de Matemática, nomeadamente ao nível do conhecimento dos conteúdos centrais no ensino da Estatística no secundário e ao nível do conhecimento das dificuldades dos alunos nas suas aprendizagens. Em particular, este estudo foca-se nos conceitos de amostra (incluindo alguns processos de amostragem, variabilidade e representatividade da amostra), medidas de localização, medidas de dispersão, recta de regressão e coeficiente de correlação. Pretende-se, deste modo, contribuir para o desenvolvimento desta área de investigação e, conseqüentemente, trazer elementos relevantes para a formação inicial e contínua de professores de Matemática do ensino secundário.

## **O PROFESSOR E O ENSINO DA ESTATÍSTICA**

### **O CONHECIMENTO DO PROFESSOR**

No domínio do conhecimento profissional do professor há poucos quadros teóricos de referência na Estatística, no entanto, dada a emergência desta na sociedade contemporânea e a necessidade de a escola responder positivamente ao desafio de formar cidadãos que sejam, simultaneamente, consumidores e produtores de informação estatística (ALMEIDA, 2000), faz todo o sentido o desenvolvimento de investigações neste domínio. Por conseguinte, há alguns investigadores que se têm dedicado a aperfeiçoar ou a refinar quadros teóricos usados na investigação em Educação Matemática que passam a ter em conta aspectos estatísticos relevantes. Tal é o caso de Groth (2007) e de Burgess (2006) que propõem modelos do conhecimento estatístico para ensinar. Estes dois modelos têm em comum o facto de terem sido construídos com base nos trabalhos de Hill e colaboradores (2005) sobre o conhecimento matemático para ensinar e de atenderem à especificidade do processo de investigação estatística.

Por sua vez, Batanero e Godino (2005) designam este conhecimento profissional do professor que ensina Estatística por conhecimento didáctico em Estatística e que inclui: (1) capacidade de reflexão epistemológica sobre o significado dos conceitos e procedimentos e sobre a evolução destes conceitos nos diferentes níveis de ensino; (2) conhecimento das dificuldades, erros e obstáculos nas aprendizagens dos alunos e das estratégias usadas pelos alunos na resolução de problemas; (3) análise de todo o tipo de recursos metodológicos disponíveis que contribuam para melhorar as práticas. Esta descrição dos autores harmoniza-se com a noção de conhecimento didáctico de Ponte (1999, p. 61), segundo a qual, o conhecimento profissional do professor inclui um conhecimento que está ligado com a prática lectiva, o conhecimento didáctico, que se trata “de um conhecimento essencialmente orientado para a acção”. Para Ponte (1999), este conhecimento didáctico patenteia-se por quatro grandes domínios: 1) O conhecimento dos conteúdos de ensino, incluindo as suas interrelações internas e com as outras disciplinas e as suas formas de raciocínio, de argumentação e de validação; 2) O conhecimento do currículo, as suas grandes finalidades e objectivos e a sua articulação vertical e horizontal; 3) O conhecimento do aluno, dos seus processos de aprendizagem, dos seus interesses, das suas necessidades e dificuldades mais frequentes, bem como dos aspectos culturais e sociais que podem interferir positiva ou negativamente no seu desempenho escolar; 4) O conhecimento do processo instrucional, no que se refere à preparação, condução e avaliação da sua prática lectiva. No presente estudo

adopta-se a perspectiva destes autores sobre o conhecimento didáctico do professor, focando-se mais propriamente no primeiro dos domínios referidos: o conhecimento estatístico.

Os estudos realizados por Groth e Bergner (2005; 2006) no âmbito da Estatística, sugerem que os professores têm algumas dificuldades cognitivas ao mesmo nível dos alunos relativamente a conceitos estatísticos básicos, tais como, amostra e medidas de tendência central. Batanero (2001) menciona também outros aspectos que dificultam a actividade do professor no ensino da Estatística que são: ser uma ciência relativamente recente e em expansão; ser uma ciência de natureza interdisciplinar; e terem sido identificados erros conceptuais em manuais escolares, em algumas investigações realizadas.

## **O ENSINO DA ESTATÍSTICA**

A Estatística foi introduzida nos programas escolares do ensino secundário, em Portugal, nos anos sessenta, em simultâneo com a reforma do ensino da Matemática marcada pelo movimento da Matemática Moderna. Apesar de explicitamente incluídos nos programas, os conteúdos estatísticos, habitualmente relegados para o fim dos programas, acabavam por não ser leccionados aos alunos por falta de tempo ou por falta de interesse (BRANCO, 2000). Posteriormente, no início dos anos noventa, numa reforma do sistema educativo, este tema foi introduzido no 2.º e no 3.º ciclos do ensino básico no âmbito da disciplina de Matemática. Mais recentemente, em 2007, o tema da Estatística foi incluído no programa do 1.º ciclo do ensino básico e é leccionado em todo o ensino básico, actualmente, sob a designação de Organização e Tratamento de Dados.

A Estatística tem, pois, vindo a receber um crescente reconhecimento do seu valor no currículo da matemática escolar, sendo considerado um elemento fundamental da formação para uma cidadania activa e participativa (DES, 2001). O programa de Matemática A (para cursos dirigidos a prosseguimento de estudos) do ensino secundário, em Portugal, enfatiza a relevância deste tema por contribuir para que os alunos melhorem a capacidade de avaliar afirmações de carácter estatístico, em particular, as que aparecem nos diferentes meios de comunicação social. Salienta também a sua contribuição para o desenvolvimento do espírito crítico e de capacidades de comunicação dos alunos. Deste modo, a Estatística, com as suas noções e métodos, poderá ter uma dupla funcionalidade, cada uma igualmente importante na vida dos cidadãos: permitir a compreensão de uma variedade de aspectos da sociedade actual e facilitar a tomada de decisões no quotidiano de cada cidadão, onde a incerteza e variabilidade estão muito presentes (ALMEIDA, 2000).

Cobb e Moore (1997) destacam que no ensino da Estatística se deveria dar uma maior ênfase aos dados e aos conceitos estatísticos, bem como ao desenvolvimento dos aspectos básicos do pensamento estatístico, em particular, a necessidade de dados, a produção de dados e a omnipresença da variabilidade. Em vez de ser praticado um conjunto de capacidades e procedimentos desconectados, deve atender-se à especificidade da Estatística, envolvendo os alunos em actividades que promovam o desenvolvimento do raciocínio e do pensamento estatístico, as capacidades de comunicação e o espírito crítico.

Para além disso, os professores precisam estar a par das dificuldades e desafios que os alunos possam encontrar nas suas aprendizagens, ajudando-os e orientando-os na construção do conhecimento estatístico. Sharma (2005) refere que os alunos do ensino secundário apresentam dificuldades em compreender questões relacionadas com o processo de amostragem, nomeadamente, na recolha e variabilidade de amostras. Uma vez que os conceitos estatísticos de amostragem e variabilidade da amostra são complexos para os alunos, a autora sugere que estes conceitos tenham um maior destaque e “um ensino explícito” (SHARMA, 2005, p. 523). Insiste, também, na necessidade de os professores darem mais atenção às respostas apresentadas pelos alunos, pois estes por vezes dão respostas correctas baseando-se em argumentos errados.

Ben-Zvi e Garfield (2004) alertam para o facto de muitos professores não terem tido oportunidade de estudar Estatística na sua formação inicial e de estarem muito pouco familiarizados com a análise de dados. Por conseguinte, estes autores reforçam a necessidade de se promover o desenvolvimento profissional do professor nesta área em todos os níveis de ensino.

## **METODOLOGIA**

Este estudo exploratório, de natureza fundamentalmente quantitativa e descritiva, assenta na construção e aplicação de um questionário anónimo destinado a professores de Matemática que exercem a sua actividade docente nas 145 escolas com ensino secundário (do 10.º ao 12.º ano) pertencentes à Direcção Regional de Educação do Norte (DREN), em Portugal. O questionário foi construído com base em estudos teóricos e empíricos recentes e tem como objectivos conhecer perspectivas gerais professores de Matemática, do ensino secundário, sobre o ensino e aprendizagem da Estatística, analisar alguns aspectos do conhecimento didáctico destes professores, bem como identificar as suas necessidades de formação. O principal critério para a escolha dos participantes do estudo foi já terem leccionado a disciplina de Matemática A, no 10.º ano, do actual programa.

O questionário inclui majoritariamente questões de resposta fechada e algumas de resposta semi-aberta, num total de 25 perguntas, sendo constituído por três partes: a primeira parte incide sobre dados pessoais e profissionais dos participantes, nomeadamente aqueles que se referem à frequência e necessidades de formação em Estatística sentidas pelos professores; a segunda parte foca-se em perspectivas gerais dos professores sobre o ensino e aprendizagem da Estatística e suas práticas; e a terceira parte centra-se sobre o conhecimento didáctico em Estatística, nomeadamente, nas opiniões dos professores relativamente a hipotéticas respostas de alunos a alguns problemas/exercícios de Estatística e, ainda, analisar alguns aspectos ligados ao conhecimento estatístico dos professores.

No presente artigo analisamos apenas as seis questões da terceira parte do questionário, que se destinaram à obtenção de dados que incidem sobre o conhecimento didáctico do professor em Estatística. Três destas questões são de resposta fechada e três de resposta semi-aberta,

Foram obtidos 120 questionários válidos de professores de Matemática, de acordo com os critérios definidos. Após a recolha dos questionários, foi realizada a organização e tratamento estatístico dos dados com uma folha de cálculo (Excel); mais especificamente, recorreremos a técnicas de estatística descritiva para todas as questões e, ainda, à análise de conteúdo para as respostas semi-abertas. Os participantes do estudo são 90 do sexo feminino e 30 do sexo masculino. Dos quatro grupos etários considerados, verifica-se que o grupo etário dos 22-30 anos é constituído apenas por dois professores, o grupo dos 31-40 anos é constituído por 41 professores, o grupo dos 41-50 anos por 38 professores e, finalmente, o grupo dos 51-60 anos é constituído por 39 professores.

Os resultados relativos às duas primeiras partes do questionário, já analisados em Quintas, Oliveira e Ferreira (2009), sugerem que o manual adoptado e a calculadora gráfica são os recursos mais utilizados nas aulas de Estatística. Além disso, a maioria dos professores considera necessitar de formação e que esta deve incidir no conhecimento didáctico, em particular, na criação de recursos diversos e no modo de os utilizar e explorar na aula. Estes elementos são importantes para a interpretação dos dados obtidos através da terceira parte do questionário que analisaremos na secção seguinte.

## **APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS**

A primeira questão (anexo) é de resposta semi-aberta e envolve os conceitos de amostra representativa, amostra aleatória e processos de amostragem. Perante o problema que se segue são apresentadas três hipotéticas respostas dadas por alunos.

*1. Pensa-se que os alunos de uma determinada universidade gostariam de ter acesso à biblioteca durante o fim-de-semana. Foi-te pedido para recolheres dados que possam reforçar esta opinião dos alunos. Para esta recolha nem todos os alunos podem ser questionados por razões financeiras e de falta de tempo. Como poderás fazer esta recolha?*

As respostas obtidas foram as seguintes:

*A) Determinar um tamanho razoável para a amostra e questionar os primeiros alunos que entram na universidade num determinado dia.*

*B) Amostra aleatória estratificada a alunos por curso.*

*C) Amostra aleatória a 50% dos alunos da universidade.*

A resposta A pretende evidenciar a recolha de uma amostra através de um método não probabilístico. Por conseguinte, a amostra resultante não é aleatória, não podendo ser usada para se fazer inferências sobre a população, tal como seria desejável, pois não há garantia da sua representatividade. Relativamente à suposta resposta B, a selecção envolvida faria, eventualmente, sentido quando a população possui características que permitem a sua divisão em subgrupos. Nestas circunstâncias amostras aleatórias simples seriam menos representativas. Através da resposta C pretende-se ilustrar a obtenção de uma amostra aleatória relativamente grande, podendo corresponder à procura de uma amostra com uma margem de erro mínima, evidenciando falta de confiança na representatividade de amostras mais pequenas.

Apenas cerca de 13% dos professores referiu que aceitaria qualquer uma das três respostas dadas pelos alunos. Contudo, na explicitação que os professores deram sobre estas respostas, revelaram concordar mais com umas do que com outras, como evidenciam os seguintes exemplos: “Todas têm elementos de erro. Mesmo a B, que sendo estratificada, ao ser por curso, pode fazer pender a Estatística para o que não se quer”; “Qualquer um dos tipos de amostra é possível, apesar de alguns serem mais representativos da população”. Esta situação pode sugerir que estes professores não têm muita segurança nos conteúdos implícitos na questão.

A maioria dos professores, cerca de 70%, não aceitaria qualquer uma das três respostas dadas pelos alunos como correctas. Relativamente à resposta A, muitos professores mencionaram que a amostra obtida pelo método escolhido pelo aluno não é uma amostra representativa da população em estudo:

*A resposta A não é correcta, pois os primeiros alunos a entrar na universidade num determinado dia, poderão ser todos ou quase todos do mesmo ano/curso e portanto não abranger uma amostra válida para um estudo estatístico.*

*Questionaria os alunos se as amostras seriam efectivamente representativas. Os primeiros alunos a entrar na universidade serão sempre os mesmos? O*

*que é uma amostra representativa? Quantos alunos por curso? Como seria constituída a amostra?*

Dois professores referiram que o método de recolha utilizado em A é aleatório; alguns consideraram correcto o processo de amostragem implícito na resposta A, outros viram-no como um método aceitável.

A maioria dos professores que respondeu a esta questão indicou a resposta B como correcta, devido ao facto de se tratar de uma amostra aleatória e ter em conta as características de alunos por curso; contudo alguns referiram que deveria ser especificado o tamanho desta amostra. Muitos professores indicaram que a resposta C pode dar origem a uma amostra demasiado grande. Este facto e o seu possível custo elevado foram indicados como factores que podem colocar em causa a exequibilidade da tarefa. Enquanto alguns professores referiram que a amostra proveniente da resposta C não é representativa, outros consideraram-na aceitável. Na análise desta questão destacam-se algumas afirmações feitas pelos professores com ideias erróneas:

*Há muitos alunos que não residem na área onde se encontra a universidade. A amostra poderia ser escolhida por qualquer um dos processos mas apenas sobre os alunos que no fim-de-semana estão perto da universidade. Na minha opinião quanto maior for a amostra, maior é o erro cometido, mas terá de ser representativa da população.*

O primeiro professor parece não achar necessário a amostra ser determinada por um processo aleatório e usa um critério um pouco ambíguo para limitar o tamanho da amostra. O segundo professor parece possuir uma noção desadequada de erro amostral.

A questão seguinte (anexo) é também de resposta semi-aberta e, embora se enquadre no domínio das probabilidades, o seu propósito é analisar as opções tomadas pelos professores quanto à variabilidade e representatividade das amostras.

2. Um recipiente contém 100 rebuçados embrulhados em papéis de três cores diferentes que foram muito bem baralhados. Destes rebuçados, 20 são amarelos, 50 são vermelhos e 30 azuis. A Ana retirou do recipiente uma mão cheia de 10 rebuçados, contou o número de vermelhos e registrou-o no quadro. De seguida, voltou a colocá-los no recipiente para outros quatro colegas repetirem o processo. Um grupo de alunos apresentou as seis hipóteses indicadas a seguir, como resposta à questão: *Qual a lista mais provável para o número de rebuçados vermelhos?*
- A)** 8, 9, 7, 10, 9      **B)** 3, 7, 5, 8, 5 **C)** 5, 5, 5, 5, 5 **D)** 2, 4, 3, 4, 3  
**E)** 3, 0, 9, 2, 8      **F)** Nenhuma das opções anteriores

As respostas dos professores à parte fechada da questão 2 estão sumariadas na figura 1.

Figura 1: Frequência relativa das respostas dos professores à questão 2

Questão 2	A	B	C	D	E	F	Mais do que uma opção	Não respondentes
Respostas (%)	2	23	21	0	0	14	18	23

É de notar que quase um quarto dos professores não respondeu a esta questão e somente 21% escolhe a resposta correcta. A lista B é escolhida pela maioria dos professores (23%) e 18% dos professores indicou mais do que uma lista como resposta. Apenas 2% dos professores escolheu a opção A como a lista mais provável (ou seja, a lista com os valores mais elevados para o número de rebuçados vermelhos) ao passo que 14% dos professores indicou que nenhuma das opções apresentadas inclui a lista mais provável.

Verifica-se que a maioria dos professores que respondeu a esta questão considerou-a como um problema de proporção. De facto, 21% dos professores que considerou que a opção de sair exactamente 5 rebuçados de cada vez é a mais provável justificou a sua resposta com o facto de 50% dos rebuçados serem vermelhos. Dos professores que escolheram a opção B, muitos preferiram-na à C: “Em cada tiragem devem sair aproximadamente 5 rebuçados vermelhos, mas seria muita coincidência saírem exactamente 5 em cada uma”. De modo semelhante, muitos dos professores que deram como resposta mais do que uma lista, incluíram as opções B e C. A maioria dos professores que indicou a resposta F considerou que todas as listas têm a mesma probabilidade de ocorrer.

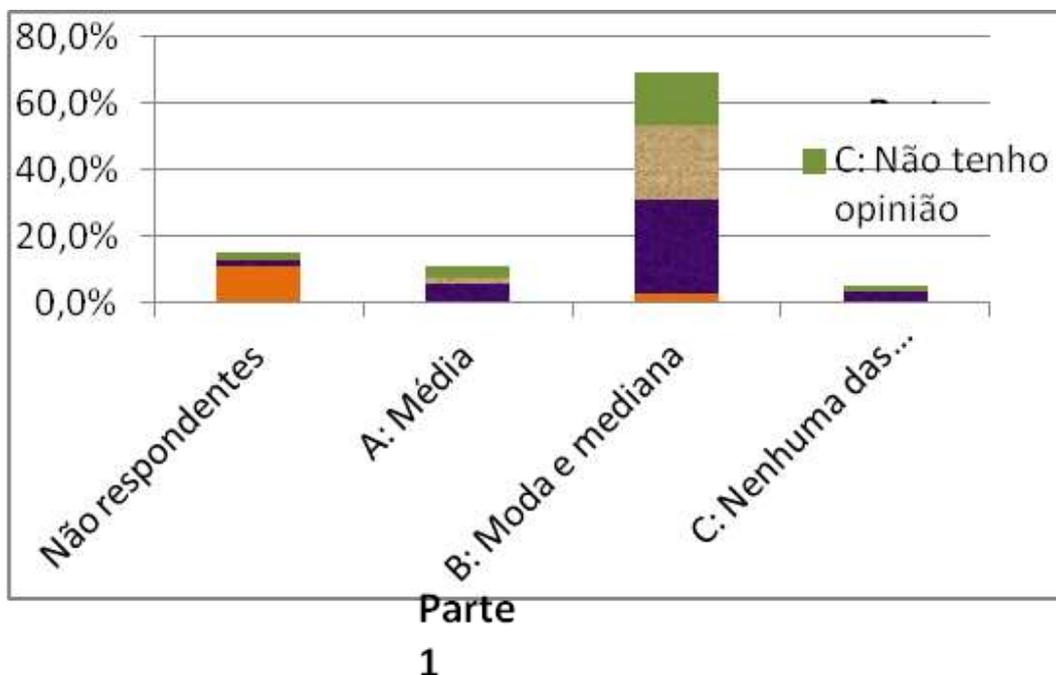
A análise dos dados recolhidos relativos a esta questão sugere que há muitos professores que tendem a confiar muito mais na noção de variabilidade da amostra do que na noção de representatividade. Além disso, sugere que muitos professores parecem ter uma intuição desapropriada da distribuição de rebuçados vermelhos implícita na questão.

A terceira questão (anexo) incide sobre as medidas de localização: moda, média e mediana. Esta questão é constituída por duas partes: na primeira pretendemos analisar o conhecimento estatístico do professor sobre essas medidas e na segunda temos a intenção de perceber se os professores consideram que os alunos, em geral, teriam ou não dificuldades em responder à mesma questão.

**3.** Das medidas de localização (média, moda e mediana), qual(s) a(s) mais resistente(s) a *outliers* (ou valores discrepantes) (assinale uma das opções)?  
**A:** média    **B:** moda e mediana    **C:** nenhuma das anteriores.

As respostas dos professores às duas partes desta questão estão sintetizadas na figura 2.

Figura 2: Frequência relativa das respostas dos professores à questão 3



Na parte 1 da questão, apesar de apenas 85% dos professores lhe responderem, cerca de 69% dos professores apresentou a resposta correcta, indicando que a moda e mediana (resposta B) são as medidas mais resistentes a *outliers* (ou valores discrepantes), ao passo que cerca de 11% dos professores indicou a média (resposta A) como medida mais resistente. Além disso, 5% dos professores referiu que nem a resposta A nem a B incluem as medidas de localização mais resistentes a *outliers*. Na parte 2 desta questão, cerca de 39% dos professores considerou que se a questão anterior fosse colocada aos seus alunos, estes tenderiam, maioritariamente, a escolher a média, enquanto 24,2% dos professores referiu que a resposta dada pela maioria dos alunos seria moda e mediana e 23,3% indicou não ter opinião sobre a questão. Relacionando as respostas dos professores às duas partes da questão destaca-se o facto de que, dos 69% professores que responderam correctamente à questão na parte 1, há 28% que referiram que a maioria dos seus alunos tenderiam a escolher a resposta A (média) e 23% que indicaram que os alunos tenderiam maioritariamente a optar pela mesma resposta que a sua.

A análise dos dados desta questão sugere que há alguns professores que podem ter dificuldades ao nível da compreensão de algumas propriedades das diferentes

medidas de localização. Além disso, há também professores que consideram que os seus alunos de um modo geral teriam dificuldades em responder à questão.

A quarta questão foca-se no conceito de desvio-padrão e é também constituída por duas partes. Na primeira parte desta questão pretendemos perceber qual a resposta mais satisfatória e a menos satisfatória para os professores. Na segunda parte pretendemos perceber as razões das duas opções tomadas.

**4.** Depois de dedicar duas aulas consecutivas de Estatística ao desvio-padrão, um determinado professor de Matemática colocou a seguinte questão à turma, “O que pode significar um valor elevado para o desvio padrão?”, obtendo várias respostas.

**A:** *Os dados estão bastante dispersos entre si.*

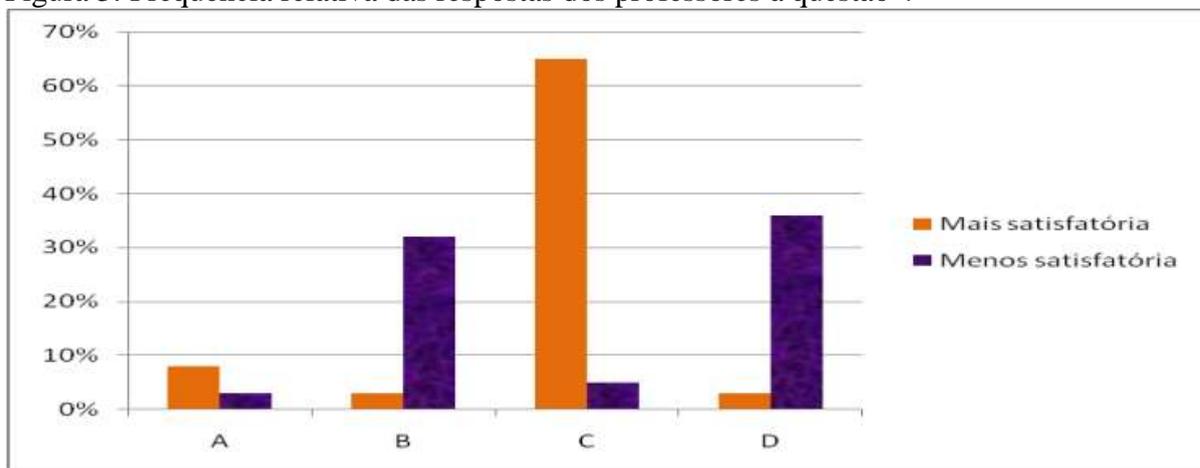
**B:** *Um gráfico com os pontos a variar bastante entre si.*

**C:** *Os dados estão bastante afastados da média.*

**D:** *Pequena variabilidade nos dados com a existência de um ou mais valores discrepantes.*

As respostas obtidas na primeira parte estão sumariadas na figura 3. Apesar de cerca de 17% dos professores não terem respondido a esta questão, a maioria dos professores, cerca de 65%, indicou a resposta C como a mais satisfatória, seguida da resposta A com apenas 8%. Quanto à resposta menos satisfatória, as opiniões dos professores ficaram principalmente distribuídas entre as respostas B (32%) e D (36%).

Figura 3: Frequência relativa das respostas dos professores à questão 4



Os professores que consideraram a resposta A mais satisfatória indicaram que os alunos revelam algum conhecimento do significado do desvio padrão, como mostra o seguinte excerto: “Resposta A-O aluno sabe que quanto mais dispersos forem os valores maior é o afastamento da média”. Alguns professores que indicaram a resposta C como a mais satisfatória justificaram esta opção devido ao facto de ser uma resposta próxima da definição

de desvio-padrão: “A resposta C é resposta que mais me agrada porque o desvio padrão calcula uma “espécie” de média dos desvios em relação à média aritmética”; outros referiram o facto de a resposta C indicar algum conhecimento por parte do aluno do significado do conceito de desvio-padrão: “Na resposta C, os alunos perceberam que o desvio padrão está relacionado com os desvios para a média.”

Alguns professores consideraram a resposta B como a menos satisfatória devido à linguagem ambígua presente na resposta: “B é pouco explícita: Gráfico? Pontos a variar entre si?”; “A resposta B seria a menos correcta pois o desvio mede a dispersão dos dados e não de um gráfico”. Neste segundo excerto, o professor mostra discordar com o facto de aparecer “gráfico” na resposta B.

Relativamente à resposta D, há professores que a encararam como a afirmação menos satisfatória devido ao facto de não estar próxima da definição de desvio-padrão que é leccionada no ensino secundário, outros porque consideraram que se refere a uma situação muito particular, e alguns tomam-na como incorrecta, tal como mostram os seguintes excertos: “Tendo em vista a definição dada no secundário, a C é a que corresponde à resposta correcta e a D é a que menos se aproxima”; “A que mais me desagrade é a D por remeter para situações específicas”.

Da análise desta questão destaca-se o facto de haver professores que apresentam alguns raciocínios sobre a noção de desvio-padrão com algumas incoerências ou erros. Por exemplo, um professor fez apenas uma interpretação de uma parte da afirmação D, não conseguindo alcançar a ideia geral: “Se existe pouca variabilidade de dados, a média é um valor entre eles, logo não existe grande desvio em relação à média”. Outro considerou que a resposta D está incompleta, mas o motivo apresentado é irrelevante: “Apesar de gostar da resposta D, acho-a incompleta. Seria preferível que a D mencionasse também o número de vezes que esses valores discrepantes ocorrem”.

Na quinta questão, de resposta fechada, pretendemos analisar o conhecimento estatístico dos professores no que diz respeito à noção de correlação linear no estudo dos dados bivariados.

**5.** Um aluno apresentou a seguinte justificação numa resposta: “*Como as duas variáveis estatísticas apresentam uma fraca correlação linear, podemos concluir que estas duas variáveis em questão não têm qualquer tipo de relação*”. Classificaria esta resposta como correcta?

A maioria dos professores, cerca de 73%, indicou não aceitar a afirmação feita pelo aluno como correcta. Apenas 9% indicou aceitar a resposta e cerca de 8% manifestou não ter opinião. A análise destes dados sugere que a maioria dos professores tem noção de que uma fraca correlação linear entre duas variáveis estatísticas não é sinónimo de ausência de algum tipo de relação entre elas. De facto, no caso apresentado, o que é garantido é que a relação entre as referidas variáveis não é linear.

Na última questão do questionário pretendemos analisar o conhecimento estatístico dos professores no que diz respeito à noção de recta de regressão linear. Para tal, foi solicitado aos professores para indicarem o valor lógico de quatro afirmações, as quais são todas verdadeiras. As percentagens de respostas dadas pelos professores estão sintetizadas na figura 4.

Figura 4: Frequências relativas das respostas dos professores à questão 6 (em %)

Questão 6	V	F	Não tenho opinião	Não respondentes
<b>I</b> - A recta de regressão é aquela que melhor se ajusta aos pontos do diagrama de dispersão.	70	14	1	15
<b>II</b> - A recta de regressão passa pelo centro de gravidade $G(\bar{x}, \bar{y})$ da distribuição.	71	8	3	18
<b>III</b> - A função LinReg ( $ax + b$ ) (ou LinearReg), disponível nas calculadoras gráficas, diz respeito à recta de regressão dos mínimos quadrados.	28	20	29	23
<b>IV</b> - Se a recta $\tilde{y}$ é a recta de regressão (dos mínimos quadrados) de um determinado conjunto de dados (mais especificamente, de $n$ pares ordenados $(x, y)$ ), esta satisfaz a seguinte condição: a soma dos quadrados dos $n$ desvios do tipo $(y - \tilde{y})$ é mínima.	22	7	40	31

A maioria dos professores, cerca de 70% e 71%, respectivamente, considerou que as duas primeiras afirmações são verdadeiras. Apenas cerca de 28% e 22% dos professores, respectivamente, consideraram as afirmações III e IV verdadeiras. É notório nestas duas últimas questões o aumento da percentagem de não respondentes, relativamente às primeiras afirmações e, de modo mais significativo, o aumento da percentagem de professores que responderam não ter opinião sobre as afirmações. Os dados sugerem que muitos professores revelam um conhecimento estatístico um pouco superficial relativamente

ao conceito de recta de regressão linear, em particular no que refere à sua mobilização quando é utilizada a calculadora gráfica.

## CONCLUSÃO

Este estudo permite evidenciar alguns aspectos, relativos ao domínio de conceitos estatísticos centrais no programa de Matemática do ensino secundário português, em que há necessidade de aprofundar conhecimentos, por parte dos professores. Em particular, destacam-se algumas lacunas em relação a propriedades das medidas de localização (moda, média e mediana) e à noção de desvio-padrão.

O conceito de recta de regressão também deveria ser um pouco mais esclarecido para muitos professores. Apesar da calculadora gráfica ser um dos recursos mais utilizados na aula de Estatística, segundo é referido pela maioria dos professores que responderam a este questionário (QUINTAS; OLIVEIRA; FERREIRA, 2009), há um número significativo que parece não deter um conhecimento fundamentado sobre o tipo de recta de regressão que se obtém através destas máquinas.

No que diz respeito ao conhecimento do professor sobre os alunos, o estudo revela que alguns professores consideram que os alunos têm dificuldades em lidar com conceitos estatísticos básicos, o que está em consonância com os resultados obtidos nos estudos de Groth e Bergner (2005; 2006). Este estudo também sugere a necessidade de alguns professores aperfeiçoarem a capacidade de avaliar respostas e respectivos argumentos dos alunos face às diferentes situações estatísticas que surgem na aula, de modo a desenvolverem o seu conhecimento didáctico em Estatística no domínio das aprendizagens e das dificuldades mais frequentes dos alunos.

Os resultados deste estudo evidenciam, pois, a importância de desenvolver programas de formação continuada sobre temas de Estatística, tal como é sugerido por Fernandes (2009), ao nível do ensino secundário. Os próprios professores reconheceram necessidades de formação, no domínio do conhecimento didáctico, com ligação à prática de sala de aula (QUINTAS; OLIVEIRA; FERREIRA, 2009). Especialmente úteis para o desenvolvimento profissional dos professores são as formações realizadas em contextos que favoreçam o desempenho activo dos formandos e a reflexão sobre as práticas (SOWDER, 2007). Esses contextos precisam levar o professor a aprofundar os seus conhecimentos estatísticos, em estreita relação com o currículo que lecciona, e a reflectir sobre o modo de pensar e as dificuldades de aprendizagem dos seus alunos em Estatística.

## REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, R. Imagens sobre o ensino e a aprendizagem da Estatística. 2000. Dissertação. (Mestrado em Educação) – Universidade de Lisboa, Lisboa, 2000.
- BEN-ZVI, D.; GARFIELD, J. Statistical Literacy, Reasoning, and Thinking: goals, definitions and challenges. In: D. BEN-ZVI D.; J. GARFIELD (Ed.). *The Challenge of Developing Statistical Literacy, Reasoning and Thinking*. The Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 2004. p. 3-15.
- BATANERO, C. *Didáctica de la estadística*. Grupo de Investigación en Educación Estadística. Departamento de Didáctica de la Matemática, 2001.
- BATANERO, C.; GODINO, J. Perspectivas de la educación estadística como área de investigación. In: LUENGO, R. (Ed.). *Líneas de investigación en Didáctica de las Matemáticas*. Badajoz. Universidad de Extremadura, 2005. p. 203-226.
- BRANCO, J. Estatística no secundário: O ensino e seus problemas. In: LOUREIRO, C.; OLIVEIRA, F.; BRUNHEIRA, L. (Ed.). *Ensino e aprendizagem da Estatística*. Lisboa: Sociedade Portuguesa de Estatística e Associação dos Professores de Matemática, 2000. p. 11-30.
- BURGESS, T. A. A framework for examining teacher knowledge as used in action while teaching statistics. In: ROSSMAN, A.; CHANCE, B. (Ed.). *Work cooperatively in Statistics Education: Proceedings of the seventh International Conference on Teaching Statistics*. Salvador, Brazil, 2006.
- BURRILL, G. Fundamental ideas in teaching statistics and how they affect the training of teachers. *Proceedings of the ICMI Study 18 and 2008 IASE Round Table Conference*. Monterrey, Mexico, 2008.
- COBB, G.; MOORE, D. Mathematics, Statistics, and Teaching. *The American Mathematical Monthly*, v. 104, n. 9, p. 801-823, 1997.
- DES. *Programa de Matemática A*, 10º ano. Lisboa: ME, Departamento do Ensino Secundário, 2001. Disponível em <http://www.dgidec.min-edu.pt/mat-no-sec/>.
- FERNANDES, J. Ensino e aprendizagem da Estatística: realidades e desafios. *Actas do XIX Encontro de Investigação em Educação Matemática*. Lisboa: SPCE, 2009.
- GROTH, R. Toward a Conceptualization of Statistical Knowledge for Teaching. *Journal for Research in Mathematics Education*, v. 38, no. 5, p. 427-437, 2007.
- GROTH, R; BERGNER, J. Preservice elementary teachers' metaphors for the concept of statistical sample. *Statistics Education Research Journal*, 4(2), p. 27-42, 2005.
- GROTH, R; BERGNER, J. Preservice elementary teachers' conceptual and procedural knowledge of mean, median and mode. *Mathematical Thinking and Learning*, 8, p. 37-63, 2006.

HILL, H.; SCHILLING, S.; BALL, D. Developing measures of teachers' mathematical knowledge for teaching. *Elementary School Journal*, 105, p. 11-30, 2005.

PONTE, J. Didáticas específicas e construção do conhecimento profissional. *Actas do congresso da SPCE*, 1999. p. 59-72.

PONTE, J; CHAPMAN, O. Mathematics teachers' knowledge and practices. In: GUTIÉRREZ, A.; BOENO, P. (Ed.). *Handbook of research on the psychology of mathematics education: Past, present, and future*. Rotterdam: Sense, 2006. p. 461-494.

PONTE, J. P.; FONSECA, H. Orientações Curriculares para o ensino da estatística: Análise comparativa de três países. *Quadrante*, Lisboa, v. 10, n. 1, p. 93-115, 2001.

QUINTAS, S.; OLIVEIRA, H; FERREIRA, R. Estudo exploratório sobre perspectivas e práticas de professores de Matemática, do ensino secundário, no domínio do ensino da Estatística. *Actas do XIX Encontro de Investigação em Educação Matemática*. Lisboa: SPCE, 2009.

SHARMA, S. High School Students' Understanding of Samples and Sampling Variability: Implications for Teaching and Research. In: CLARKSON, D. *et al* (Ed.). *Proceedings of the Twenty-eighth Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia*. Melbourne: MERGA, 2005. Retirado de <http://www.merga.net.au/documents/RP622004.pdf>.

SHULMAN, L. Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching. *Educational Researcher*, 15, 2, p. 4-14, 1986.

SOWDER, J. The Mathematical Education and Development of Teachers. In: LESTER, F. (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*. A Project of the National Council of the Teachers of Mathematics. Charlotte: Information Age Publishing, v. I, p. 157-223, 2007.

Recebido em dezembro de 2010

Aceito em fevereiro de 2011