

**MEDIAÇÕES DIDÁTICAS REALIZADAS EM SITUAÇÕES  
COLABORATIVAS ONLINE COM O USO DA GEOMETRIA  
DINÂMICA**

**DIDACTIC MEDIATION IN ONLINE COLLABORATIVE  
SITUATIONS WITH DYNAMIC GEOMETRY**

**MEDIACIONES ENSEÑANZA EN LÍNEA COLABORACIÓN HECHO  
EN SITUACIONES CON EL USO DE LA GEOMETRÍA DINÁMICA**

*Mirella Cysneiros<sup>1</sup>*

*Verônica Gitirana<sup>2</sup>*

**RESUMO:** Este artigo discute uma investigação sobre Mediações Didáticas em uma situação especialmente construída para a aprendizagem colaborativa do conceito de Simetria de Reflexão com um software de Geometria Dinâmica compartilhado à distância. Conceitos de CSCL (Aprendizagem Colaborativa Suportada por Computador), do campo matemático de reflexão axial e da aprendizagem de simetria de reflexão foram utilizados para a construção da situação. A metodologia consistiu da *concepção* das situações e *experimentação* com três professores de Matemática em formação continuada e um professor Mediador. O *chat* e *interações* no Tabulæ foram tratadas com uma *Análise de Conteúdo*. Resultados revelam um roteiro de atividade que inicia com a interação individual com o problema, passa por momento de cooperação, e culmina com atividades colaborativas, nas quais os formandos assumem a mediação didática. A observação da ação do colega ou professor no ambiente de geometria mostrou-se essencial às mediações.

**PALAVRAS-CHAVE:** Mediação Didática. Aprendizagem Colaborativa. Geometria Dinâmica. Educação online. Simetria de reflexão.

**ABSTRACT:** This paper discusses an investigation on Didactic Mediations in a situation specially built for the collaborative learning of the concept of reflection symmetry within a Dynamic Geometry software shared online. CSCL (Computer Supported Collaborative Learning), concepts of axial reflection and on learning reflection symmetry were used to construct the situation. The methodology consisted of the design of situations and experimentation with three mathematic teachers in-service training and a teacher Mediator Faculty. The chat and interactions within geometry objects were treated with a Content Analysis. Results reveal a script of activities that starts with an individual interaction with the problem, passes a session of cooperation and finish with collaborative activities in

---

<sup>1</sup> Mestre pelo PPGEDUMATEC – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica – UFPE; Professora de Matemática da Secretaria de Educação do Estado de Pernambuco. E-mail: mirellacysneiros@gmail.com

<sup>2</sup> Doutora em Phd pelo Institute of Education da University of London; Professora Associada III do Programa de Pós-graduação em Educação Matemática e Tecnológica da Universidade Federal de Pernambuco. E-mail: veronica.gitirana@gmail.com

which learners take responsibility of the didactic mediations. Observation of action of the colleague or teacher in geometry environment proved to be essential to the mediation.

**KEYWORDS:** Mediation Didactic. Collaborative Learning. Dynamic Geometry. Online Education. Reflection Symmetry.

**RESUMEN:** Este artículo discute una investigación sobre mediaciones didácticas en una situación especialmente construidas para el aprendizaje colaborativo del concepto de simetría de reflexión dentro de un software de geometría dinámica compartida en línea. CSCL (Computer Supported Collaborative Learning), se utilizaron conceptos de reflexión axial y en el aprendizaje de simetría de reflexión para la construcción de la situación. La metodología consistió en el diseño de las situaciones y la experimentación con tres profesores de matemática en la formación continua y un Mediador docente Facultad. El chat y las interacciones dentro de los objetos de geometría fueron tratados con un Análisis de Contenido. Los resultados revelan una secuencia de comandos de las actividades que se inicia con una interacción individual con el problema, pasa a una sesión de la cooperación y terminar con las actividades de colaboración en el que los estudiantes asuman la responsabilidad de las mediaciones didácticas. La observación de la acción del compañero o maestro en el entorno de geometría demostró ser esencial para la mediación.

**PALABRAS CLAVE:** La mediación didáctica. Aprendizaje Colaborativo. Geometría Dinámica. La educación en línea. La simetría de reflexión.

## **INTRODUÇÃO**

Este artigo discute resultados da análise de um experimento da Mediação Didática, na realização de uma atividade em ambiente virtual colaborativo sobre a Simetria de Reflexão, utilizando os recursos do software de Geometria Dinâmica (GD) *Tabulae Colaborativo* na modalidade a distância, desenvolvida como pesquisa de mestrado no Programa de Pós-graduação em Educação Matemática e Tecnológica da UFPE (VALENÇA, 2014).

A construção de conhecimento matemático pelo estudante ocorre no desenvolvimento de sua atividade explorando os objetos de conhecimentos. Nesse sentido, uma mediação didática junto ao estudante necessita de entender o processo e estratégia utilizada por ele e não apenas o resultado final da resolução de cada atividade. A mediação didática online necessita, portanto, do desenvolvimento de artefatos que permitam discutir com o estudante as estratégias de resolução de uma atividade por meio de representações matemáticas.

A integração de tecnologia no ensino deve pensar na possibilidade de desenvolver/adaptar a tecnologia para o ensino e aprendizagem e, não somente, em adaptar a o ensino à tecnologia. No caso particular da integração da tecnologia GD, isso significa que haverá um favorecimento à atividade do sujeito e sua interação com os objetos de conhecimento (BELLEMAIN; GITIRANA; BELLEMAIN, s.d.).

No contexto da Educação Online ou do uso da tecnologia para ampliação das possibilidades da Educação presencial, muito se tem discutido sobre a necessidade de um trabalho colaborativo, tanto em termos de ferramentas como em termos de criação de situações que promovam a colaboração.

Esta pesquisa incorpora ao desenvolvimento do grupo LEMATEC-UFPE, buscando analisar as *Mediações Didáticas* permitidas em um *ambiente virtual colaborativo*, a partir de uma situação de ensino que explore o conceito de *simetria de reflexão*, que permita a comunicação por meio de diversas linguagens, dentre elas as representações matemáticas. Neste artigo, focamos na construção e discussão da sequência de situações, que vão de um trabalho individual a uma construção colaborativa, em um panorama geral das interações ocorridas no experimento realizado, em particular nas de mediação didática. Foca-se também a evolução do engajamento, cooperação e colaboração dos estudantes durante a sequência de situações. Nesse sentido, o artigo oferece a análise de um modelo de sequências de atividades que promovam a colaboração. As situações valorizam as estratégias dos estudantes para solução de problemas que envolvam aspectos da simetria de reflexão “utilizando de forma compartilhada o software de geometria dinâmica” a distância, a saber, o *Tabulae Colaborativo* (GUIMARÃES; BARBASTEFANO; CARVALHO, 2001).

## **MEDIAÇÕES A DISTÂNCIA**

Com o desenvolvimento da EAD, houve também a busca por quebrar em seu contexto o paradigma do ensino e aprendizagem pautados na transmissão. Busca-se uma proposta no diálogo e na participação mediados por diversos instrumentos. Instrumentos esses que veem pouco a pouco se desenvolvendo e ampliando a velocidade de transmissão, as linguagens de comunicação (como escrita, falada, representada simbolicamente), a quantidade de pessoas envolvidas e o compartilhamento da construção de objetos.

A mais de uma década, vem se trabalhando no desenvolvimento de Ambientes Virtuais de Aprendizagem, dentre os quais podemos citar o Moodle (DOUGIAMAS, 2004). Nesses ambientes, grupos têm a possibilidade de uma interação com o professor-educador ou demais colegas por meio de ferramentas de comunicação existentes, como o Chat e o Fórum,

Os ambientes digitais de aprendizagem são sistemas computacionais disponíveis na internet, destinados ao suporte de atividades mediadas pelas tecnologias de informação e comunicação. Permitem integrar múltiplas mídias, linguagens e recursos, apresentar informações de maneira organizada, desenvolver interações entre pessoas e objetos de conhecimento,

elaborar e socializar produções, tendo em vista atingir determinados objetivos. As atividades se desenvolvem no tempo, ritmo de trabalho e espaço em que cada participante se localiza, de acordo com uma intencionalidade explícita e um planejamento prévio denominado design educacional, o qual constitui a espinha dorsal das atividades a realizar, sendo revisto e reelaborado continuamente no andamento da atividade (ALMEIDA, 2003, p. 331).

Nesse contexto de interação, que envolve uma mediação por meio de interfaces, é importante considerar as linguagens por meio das quais nos comunicamos. Por exemplo, discutir um problema geométrico sem possibilidade de trocar de forma síncrona desenhos e construções geométricas, exige do grupo transpor todas as informações que a imagem permite para a linguagem materna e a decodificação dessas informações. Esse processo é carregado de erros. É nesse sentido que a ampliação dos meios de comunicação exige a inclusão de novas linguagens na comunicação, principalmente as linguagens (representações) correlatas ao saber em foco, como a linguagem algébrica, o sistema do desenho geométrico, o sistema simbólico da geometria, etc.

Diversas são as pesquisas que vêm investigando o uso e integração de ferramentas que permitam a interação por meio dessas linguagens (BELLEMAIN et al., 2010). O grupo LEMATEC (EDUMATEC-UFPE) vem desenvolvendo pesquisas em torno do desenvolvimento e uso desses artefatos de mediação para o ensino e aprendizagem da Matemática. Rocha (2012) investigou o uso da linguagem algébrica em chats e fóruns na mediação da aprendizagem da álgebra, Andrade (2010) analisou as interações permitidas pelo software vetores de aprendizagem colaborativa desenvolvido por Bellemain et al. (2010).

## **CSCL – APRENDIZAGEM COLABORATIVA SUPOSTADA PELO COMPUTADOR**

A pesquisa apoiou-se nas teorias da CSCL – Computer Supported Collaborative Learning – que se entende por um ramo emergente das ciências da aprendizagem que estuda como as pessoas podem aprender em grupo, de uma forma colaborativa, com o auxílio do computador e seus recursos tecnológicos. Colaboração, mediação pelo computador e modalidade a distância, vem sendo enfatizada nas ciências da aprendizagem mundo a fora. Entretanto, a habilidade de combinar essas ideias no enriquecimento da Educação é um desafio ao qual à CSCL se propõe a investigar.

A aprendizagem colaborativa, na mais ampla definição, conforme Dillenbourg (1999) é uma situação em que duas ou mais pessoas aprendem ou tentam aprender algo, juntas. Na caracterização da colaboração feita por Roschelle e Teasley (1995),

a aprendizagem ocorre socialmente, as atividades nas quais eles estão envolvidos não são realizadas individualmente, mas sim, integradas ao grupo, com negociação e compartilhamento social do que é entendido pelos demais.

Um requisito básico para a aprendizagem colaborativa, segundo Rosini (2007, p. 66):

[...] é desenvolver um ambiente que incentive o trabalho em grupo, respeitando as diferenças individuais. Todos os integrantes possuem um objeto em comum e interagem entre si em um processo em que o aluno é um sujeito ativo na construção do conhecimento, enquanto o educador é um mediador, orientador e condutor do processo educativo.

O educador incentivando o trabalho colaborativo dos participantes aumenta a autoconfiança, a autoestima e a integração no grupo. A mediação passa a ser estudada, não só como uma atividade docente, mas como uma atividade de todo o grupo num sistema de trabalho em que todos agem colaborativamente, entendendo a ação do outro e buscando mediar conhecimentos e conflitos. Portanto, é fundamental compreender o papel do computador na interação, pois permite maior rapidez e facilidade na comunicação, distante ou não, que se conhece ou que compartilha interesse e necessidade de socializar informações e construir textos de forma colaborativa.

Ao deparar com algumas dificuldades na resolução de tarefas, o grupo tem a possibilidade de uma interação com o professor ou demais colegas por meio de alguma ferramenta de comunicação existente. Antes essa comunicação dava-se por meio da língua materna em Chat e o Fórum. Hoje, incorpora-se a possibilidade de agir diretamente em softwares que o outro está utilizando, e de visualizar o processo de construção dos objetos feitos pelos pares.

## **GEOMETRIA DINÂMICA E AMBIENTES COLABORATIVOS**

Os primeiros softwares desenvolvidos para o trabalho com a Geometria Dinâmica foi o Cabri-Géomètre (BELLEMAIN; BAULAC; LABORDE, 1988) e o Geometer Sketchpad (JACKIW; KLOTZ; SCHATTSCHNEIDER, 1989). Os autores perceberam a possibilidade de criar computacionalmente uma estrutura geométrica que, com base em conceitos primitivos e relação entre eles, pudessem realizar construções geométricas. Construções essas que permitem que os objetos geométricos sejam dinamicamente modificados mantendo-se as propriedades utilizadas nas construções. Possibilitou-se, portanto, ampliar a representação das figuras por meio de um desenho que mostra um representante da mesma, para representá-la por meio de desenhos que se podem

dinamicamente serem alterados, obtendo a classe de exemplos da figura.

Bellemain (2001, p. 1.315) afirma que “A geometria dinâmica permite considerar e *conceber* uma representação de objetos matemáticos abstratos em várias configurações, podendo modificar as suas posições”. O aprender Matemática fazendo Matemática, do nosso ponto de vista, é uma relação dinâmica, interativa, prática, participativa e que responde ao seu objetivo quando o conteúdo a se trabalhar está envolvido nesse processo numa cumplicidade entre o ensino e a aprendizagem. Como observam Brandão e Isotani (2003, p. 1.487), num antigo ditado atribuído a Confúcio: “O aluno ouve e esquece, vê e se lembra, mas só compreende quando faz”.

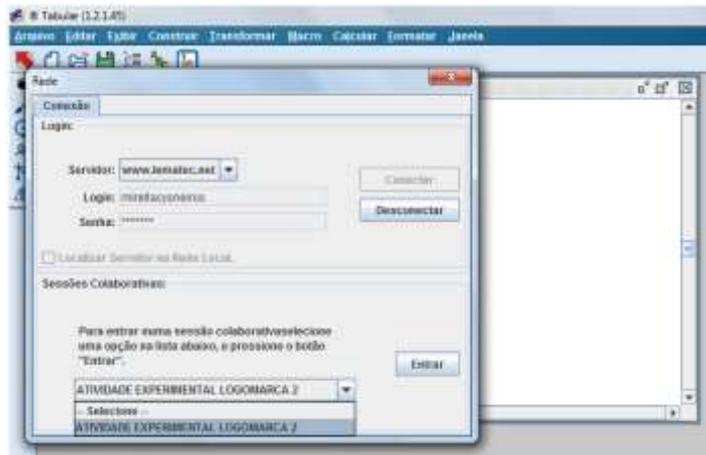
No contexto da Geometria Dinâmica, as pesquisas mais atuais têm buscado integrar as ferramentas de Geometria Dinâmica como um meio de comunicação em que a comunicação se dá, não só pela língua materna (escrita ou falada), mas pela ação do sujeito com os objetos e representações matemáticas. Mesmo sem dar uma palavra, o professor pode mostrar o processo de construção de uma figura simétrica utilizando ferramentas e telas de geometria dinâmica que são compartilhadas por todos os usuários de uma plataforma.

Ferramentas colaborativas como essa já existem como o Geogebra Colaborativo (HOHENWARTER, 2001) e Tabulae Colaborativo (GUIMARÃES; MORAES, 2008).

O Geogebra Colaborativo existe em uma plataforma em que todos podem criar uma conta, no estilo do youtube, socializar suas construções e construir coletivamente. Em 2001, Markus Hohenwarter começou o trabalho para tese GeoGebra de seu mestre - *um Sistema de Software para Geometria Dinâmica e Álgebra na planície*.

O Tabulae Colaborativo é uma ferramenta livre que pode ser instalada no servidor de um grupo e nesse os grupos de trabalhos são criados. Os participantes precisam ser cadastrados pelo administrador do site, atribuindo login e senha. A tela a seguir traz a instalação dele no site do lematec.net (lematec.net/tabulae).

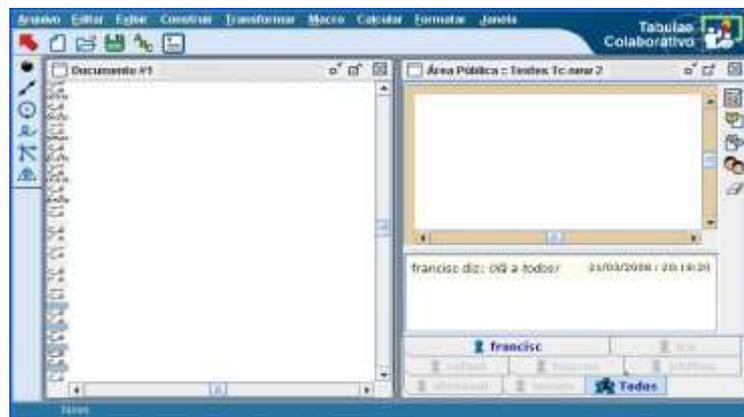
Figura 1: Tela de acesso ao programa Tabulæ Colaborativo



Desenvolvido na classe de aplicativos como Geometria Dinâmica (GD), o *Tabulæ Colaborativo* é um ambiente online que junta possibilidades de comunicação a distância com o software de geometria dinâmica. Este busca auxiliar na aprendizagem colaborativa a distância, favorecendo a manipulação e o compartilhamento das construções geométricas e dos textos por todos os participantes, simultaneamente (forma síncrona) ou em sessões assíncronas.

O aprendizado colaborativo ocorre em minissessões, com a interação dos alunos usando Geometria Dinâmica - GD e as ferramentas agregadas (Chat, Roteiro didáticos, etc.). Toda sessão colaborativa é baseada numa tela em branco com funcionalidades específicas à Geometria Dinâmica, seguindo um *roteiro de colaboração*, como podemos ver na Figura 2.

Figura 2: Tela do Tabulæ Colaborativo copiada durante fase do teste diagnóstico



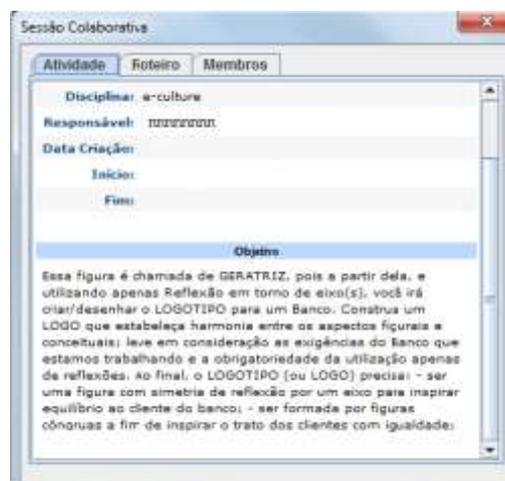
No lado esquerdo temos *caderno de anotações*, uma tela comum aos softwares de Geometria Dinâmica, com todas as propriedades comuns a este tipo de aplicativo. Nessa área o aluno poderá realizar suas construções particulares e suas estratégias na construção de sua produção.

À direita temos a área pública chamada *quadro negro*, coordenada pelo professor, onde todas as construções realizadas ali serão compartilhadas pelo restante do grupo buscando facilitar a mediação e a aprendizagem de forma colaborativa. Abaixo dessa área encontra-se a ferramenta de comunicação – Chat.

A partir desse compartilhamento é permitido ao professor elaborar atividades em que a construção seja acompanhada simultaneamente, em tempo real, por todos os participantes, tendo o professor controle das estratégias de construção, mas do ritmo empregado em cada situação dessa etapa de trabalho. A comunicação pela ferramenta Chat facilita o feedback de cada etapa a todos do grupo em um cenário semelhante ao da em sala de aula.

O ambiente dispõe ainda de uma janela de instruções da atividade, com as abas: Atividade, Roteiro e Membros, como mostra a Figura 3.

Figura 3: Tela da Atividade com as instruções para os alunos



Por fim, esse programa foi utilizado como ambiente para esta pesquisa, por levar em consideração os aspectos cognitivos e de interação homem-máquina, além dos tecnológicos e elementos que podem intervir na comunicação, mediação ou apreensão da informação apresentada no desenvolvimento dessas habilidades.

## SIMETRIA DE REFLEXÃO

Muito tem se defendido uma abordagem da geometria que valorize a geometria das transformações, para Lindquist e Shulte (1998, p. 133):

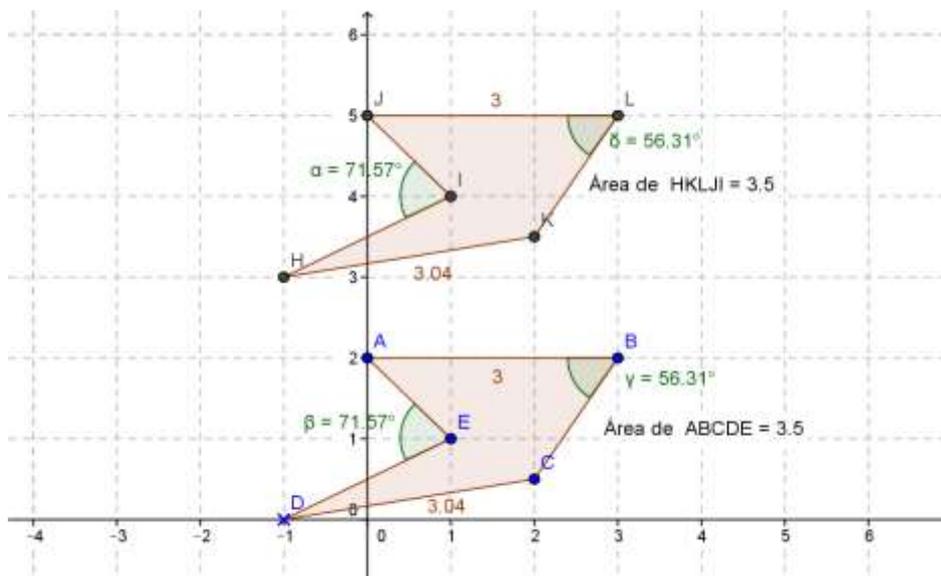
Um dos temas e abordagens “modernos” da geometria é a geometria das transformações, uma maneira mais global que local de ver a geometria. Em vez de considerar triângulos, círculos e poliedros isoladamente, como fez Euclides, a geometria das transformações concentra-se em translações, rotações e reflexões, em resumo, em isometrias (isto é, movimentos rígidos) que fazem essas figuras mudarem de posição (grifos do autor).

Desta forma podemos entender que isometria no plano  $\pi$  é uma função

$$f: \Pi \rightarrow \Pi$$

que preserva a distância entre os pontos. Por exemplo, se a qualquer ponto  $(a,b)$  do plano somamos o ponto  $(0,3)$ , promovemos em qualquer figura do plano um deslocamento na direção do eixo  $y$ , de três unidades - fazemos uma translação vertical de três unidades. Quaisquer dois pontos de uma figura, com tal transformação mantêm a distância entre eles.

Figura 4: Exemplo de translação vertical de um pentágono no plano

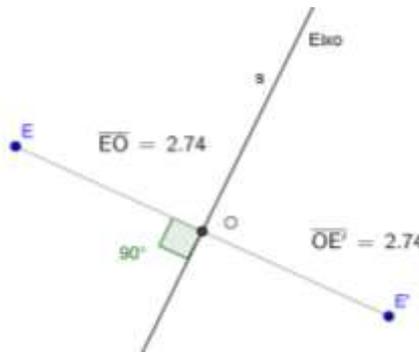


Assim como se observa no exemplo, uma translação ao preservar as distâncias, preserva também Ângulos; Áreas; e mantém a imagem da figura obtida congruente à original. Assim como essa translação, qualquer outra também o faz.

Uma função  $f: \Pi \rightarrow \Pi$  é uma isometria se, e somente se, quaisquer dois pontos  $P$  e  $Q$  de  $\Pi$ , tem-se que  $d(P,Q)=d(f(P),f(Q))$ , onde  $d(x,y)$  denota a distância do ponto  $x$  ao ponto  $y$  (SIQUEIRA; LIMA; GITIRANA, 2004, p. 2).

Entre as isometrias do plano destacamos as reflexões com relação a uma reta (axial). No caso das reflexões em relação a uma reta, a função de isometria leva cada ponto do plano a um ponto por meio de uma reta perpendicular ao eixo que passa pelo ponto de origem. O ponto imagem passa a ser o ponto que está a mesma distância do ponto escolhido. A Figura 5 que mostra geometricamente sem o sistema cartesiano e por meio do sistema cartesiano.

Figura 5: Reflexão do ponto E em torno da reta s (eixo de simetria)



Siqueira, Lima e Gitirana (2004, p. 2-3) descreveram da seguinte forma as reflexões:

Dada uma reta  $r$ , diz-se que  $\sigma: \Pi \rightarrow \Pi$  é uma reflexão com relação à  $r$  (referida como o eixo de simetria) se esta reta é a mediatriz do segmento de extremidades  $P$  e  $\sigma(P)$ , onde  $P$  representa um ponto qualquer do plano. Demonstra-se que toda isometria é uma composição de, no máximo, três reflexões. Este fato importante permite classificar todas as isometrias do plano, pois tais produtos de reflexões produzem apenas quatro tipos de transformações geométricas: reflexões em relação a uma reta, translações, rotações em torno de um ponto e reflexões com deslizamento em relação a uma reta.

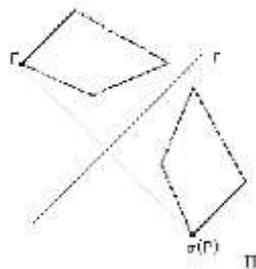
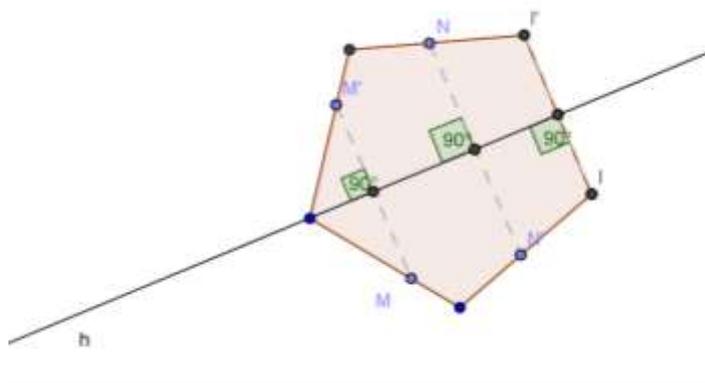


Figura 1: Reflexão do Plano  $\Pi$  com relação a reta  $r$

Ao se refletir uma figura qualquer em torno de um eixo de simetria (reflexão) obtém-se, portanto, uma nova figura formada pela original e o seu reflexo. Essa nova tem simetria de reflexão em relação a este eixo.

Há, porém, figura que quando fazemos uma reflexão sobre alguns eixos obtemos a mesma. Nesse caso, dizemos que a figura tem simetria de reflexão em relação ao eixo escolhido. O reflexo de cada ponto em relação ao eixo escolhido é outro ponto que também pertence à figura. Veja o exemplo:

Figura 6: Um dos eixos de simetria de um pentágono regular



Percebe-se, portanto, a invariância da figura quando refletida sobre o eixo h.

Os estudos preliminares foram compostos por um levantamento da literatura de estudos desenvolvidos relacionados à Simetria de Reflexão por pesquisadores como Lima (2008), Alves (2005) e Sangaré (2006) que por sua vez deram uma grande contribuição a criação do teste diagnóstico comparando nossos resultados aos que nos precederam, nos aspectos em que nossa pesquisa tem elementos comuns com os desses pesquisadores.

Nesse levantamento das dificuldades e concepções prévias dos sujeitos apontadas pelo teste diagnóstico e pela revisão da literatura, encontramos: A observação das propriedades *Congruência* da figura original e imagem, *Equidistância* entre pontos simétricos e *Perpendicularidade* do eixo de simetria com o segmento que une os pontos originais e os seus reflexos; *Pontos Invariantes*; *Posição do Eixo* (horizontal, vertical e oblíqua) e *Interseção da figura* (corta, toca, vazia) com o eixo de simetria. Tendo como referência esse diagnóstico, identificamos variáveis e propriedades que deram suporte à elaboração da atividade experimental.

## CONSTRUÇÃO DE UMA SEQUÊNCIA COLABORATIVA

Optamos por utilizar realizar um estudo experimental partindo da elaboração de uma sequência de atividades. A construção metodológica inspirou-se em alguns elementos da Engenharia Didática (ARTIGUE, 1996). Tomamos por base o levantamento de estudos preliminares, elaboração de uma sequência de atividades pautados em uma análise

teórica sobre a ação dos estudantes e o objeto de estudo, experimentação e análise dos resultados. Realizamos um estudo qualitativo cuja finalidade principal foi analisar Mediações Didáticas em um ambiente de Geometria Dinâmica para a construção de conhecimentos relacionados à Simetria de Reflexão.

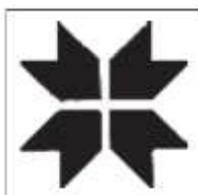
Para compor o experimento foi elaborada uma sequência de atividades envolvendo a construção de um Logotipo, explorando apenas a ideia e propriedades da Simetria de Reflexão, em uma situação que vai do trabalho individual à situação colaborativa com compartilhamento de software de Geometria Dinâmica (o *Tabulae Colaborativo*).

Os princípios e objetivos das situações propostas pela atividade chamada “*Geração de Logotipos a partir de uma base (geratriz)*” são caracterizados por buscar propiciar aos estudantes situações em que algumas propriedades e características das figuras simétricas e da reflexão sejam explicitadas, a saber: equidistância em relação ao eixo de simetria; posição do eixo de simetria; identificação/construção de eixo(s); identificação de figuras simétricas; interseção de segmento(s) e pontos de invariância. Essas propriedades foram identificadas por meio de um levantamento da literatura em simetria de reflexão.

A ideia do LOGOTIPO recorre a um estudo prévio de Chalegre e Gitirana (1999) que pautou a motivação de uma atividade de simetria de reflexão na construção e criação de LOGOTIPOS com o uso de um brinquedo denominado de espelho mágico. Além disso, muitos LOGOTIPOS são exemplos reais de uso da reflexão em situações do cotidiano. Buscou-se uma situação que não fosse artificial do uso da simetria.

Por meio de uma busca na internet, foi selecionado um logotipo com simetria de reflexão por diferentes eixos - O LOGO selecionado foi o do Banco Federal Argentino. Além de ter simetria de reflexão, ele não é muito conhecido aqui no Brasil.

Figura 7: Logotipo do Banco Federal Argentino



Esta foi a figura motivadora de toda a sequência da atividade desenvolvida. O desenvolvimento de um LOGOTIPO busca além da questão artística inspirar ideias e sentimentos. Portanto, utilizamos uma atividade a partir do que o LOGOTIPO poderia inspirar para a Instituição que a usa e utilizar esses elementos na atividade. Formada por

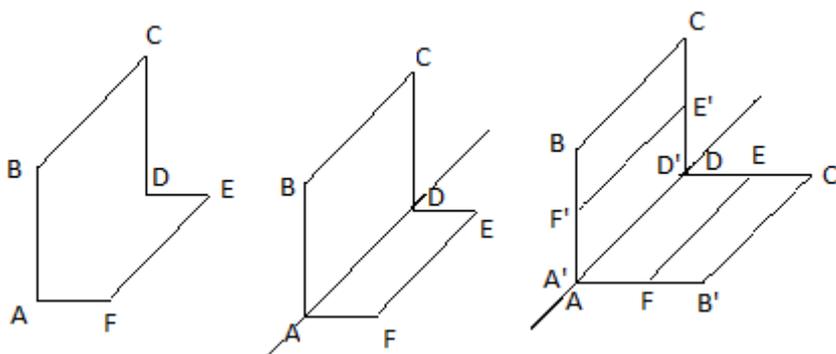
quatro figuras distribuídas em torno de um ponto central, indicando convergência; todas iguais indicando o tratamento igual dado aos clientes; a simetria de reflexão por quatro diferentes eixos e simetria de rotação de 90° em torno do ponto central, o que inspira equilíbrio; as quatro figuras integram o LOGO, o que inspira a integração social.

## A GERATRIZ

Escolhemos lidar com figuras formadas apenas por segmentos, sem envolver curvas, com vários eixos de simetria, dando uma delimitação no campo da simetria de reflexão. Dois dos quais interceptam a figura e dois não interceptam. Há eixos vertical, horizontal e diagonal. Cada uma das quatro partes que formam o LOGO também tem simetria de reflexão, por um eixo que intercepta a figura.

A escolha da geratriz - um longo estudo das possíveis geratrizes foi feito buscando que fosse necessário iteradas reflexões para se obter o LOGO. Primeiro, a geratriz escolhida já demandava uma reflexão com eixo que cruzava a figura para obtenção de uma das quatro partes da LOGO, como mostra a Figura 8.

Figura 8: Geratriz, Geratriz com eixo, Reflexão em torno do eixo



Evitou-se o uso da quarta parte do LOGOTIPO como geratriz a fim de não induzir os estudantes a utilizar eixos verticais ou horizontais. A obtenção da figura componente do LOGO é feita de forma que alguns pontos obtidos por reflexão são diferentes dos originais, mas já compunha a geratriz.

Essa escolha de forma a impedir que se pudesse chegar ao logotipo do Banco Federal Argentino utilizando apenas reflexões em torno do prolongamento de um segmento da figura.

Todas as construções previstas aqui e feitas com o Tabulae (um software de geometria dinâmica) possibilitam “brincar” com o eixo de simetria e o a geratriz. Girar o eixo

(de 0° a 360°), e ao mesmo tempo, o estudante vê as inúmeras possibilidades de imagens ou reflexões formar-se.

## **A SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES NA CONSTRUÇÃO DE UMA PERSPECTIVA COLABORATIVA**

As atividades foram desenvolvidas em quatro etapas partindo de uma etapa individual, em que cada estudante trabalha com o contexto do problema e com o software. As atividades foram desenhadas de forma a iniciar por um trabalho individual, em que o sujeito pensa sobre os conceitos envolvidos, sobre sua produção, pouco a pouco, o trabalho coletivo surge de forma cooperativa, e culmina com dois trabalhos colaborativos. Os estudantes vão se integrando a partir de uma reflexão prévia individual sobre o problema. Envolve-se também atividade de geração de figuras simétricas, livremente, assim como a geração de uma figura dada, que por sua vez, envolve a identificação de eixo de simetria e de geratriz.

Quadro 1: Distribuição das etapas da sequência de atividades

<b>Etapa</b>	<b>Atividade</b>	<b>Duração</b>
1 <sup>a</sup>	Construção individual de um LOGOTIPO para o Banco	2 horas
2 <sup>a</sup>	Apresentação pelos participantes de sua LOGO	1 horas
3 <sup>a</sup>	Desenvolvimento em consenso de uma LOGO ou escolha de uma delas.	1 horas
4 <sup>a</sup>	Obtenção da LOGO do Banco Federal Argentino a partir da geratriz	2 horas

Na primeira etapa foi solicitado, inicialmente, que cada estudante construísse um logotipo para um Banco utilizando a geratriz dada e reflexões por eixos escolhidos pelos estudantes, de tal forma que o LOGOTIPO inspirasse: equilíbrio aos clientes do Banco; tratamento dos clientes com igualdade; convergência de objetivos e integração social.

A primeira etapa oferece um espaço de familiarização com o software e com o problema, as mediações didáticas esperadas nesse momento são poucas e, em geral, na perspectiva de auxiliar a entender o problema proposto e de auxiliar computacionalmente o uso do software. O espaço do Tabulae colaborativo é aberto para permitir que os estudantes possam interagir com o mediador, para tirar as dúvidas. E como o espaço é aberto para todos, pode ser que haja interação entre estudantes também. Porém, a necessidade de se ter uma produção individual, inicialmente, livre de influências do LOGOTIPO original, do Mediador, e dos colegas, faz com que os estudantes se tragam para o espaço colaborativo a sua produção

com suas construções e dúvidas. Essa familiarização com o problema busca também trazer para a situação final equilíbrio entre os participantes, que já começariam a atividade com algo pensado sobre.

Ao final dessa etapa o arquivo do LOGOTIPO produzido foi postado (gravado) em um *fórum* do moodle compartilhado com todos os estudantes. Além da produção, os estudantes foram solicitados a escrever um parágrafo justificando o porquê do LOGOTIPO satisfazer as exigências do banco. As instruções gerais e a relativa a etapa eram enviadas por email e constavam no Tabulae Colaborativo.

Na segunda etapa, aproximam-se os estudantes numa perspectiva cooperativa, mas ainda focada na produção e divulgação individual. Os estudantes postam a LOGO produzida por si, e defendem sua LOGO. O mediador assume o papel de buscar que o estudante explicita decisões ligadas aos conceitos matemáticos envolvidos, assim como, a articulação dessas decisões com as exigências do BANCO. São esperadas mediações feitas pelo apresentador e pelo estudante ouvinte, no sentido de entender melhor as escolhas feitas. Essas escolhas explicitarão variáveis didáticas envolvidas na escolha do estudante, que provavelmente, traz implícitas formas e limitações de concepções sobre reflexão e sobre simetria de reflexão.

Na terceira etapa, um primeiro momento colaborativo se põe. Os estudantes já com familiaridade com o software e com o contexto do problema assumem colaborativamente o papel de chegar a uma LOGO que seja consenso do grupo. Nesse caso, os estudantes podem deixar por conta de um só, ou de fato, assumir um trabalho colaborativo. Ao mediador cabe buscar que algumas concepções sejam explicitadas, lançar questões que desequilibre alguns teoremas em ação que não têm validade matemática, tirar dúvidas matemáticas propostas, incentivar a participação de todos, assim como coordenar a participação para que as construções não fiquem confusas caso todos queiram mexer ao mesmo tempo. No entanto, essa etapa colaborativa, livre do LOGO do Banco Federal Argentino privilegia a criatividade dos estudantes, e foca na atividade de construção de figuras com simetria de reflexão. Busca-se que todos tenham uma meta em comum, alinhem-se na produção de um LOGOTIPO único.

A quarta e última etapa, já com os estudantes tendo vivido o contexto do problema e uma situação colaborativa de produção, os põem em situação colaborativa novamente. Privilegia-se agora tanto a construção como a identificação de simetria a partir de uma figura dada. Obter uma figura a partir de uma geratriz da figura é uma atividade de mão

dupla – construção e identificação. Nessa fase, o processo criativo é menos valorizado, foca-se mais num processo guiado ao trabalho específico de alguns aspectos dos conceitos matemáticos envolvidos - Eixo que intercepta a figura, pontos de invariância, diferentes posições de eixo. Espera-se que o papel de mediador, para tirar dúvidas, para gerenciar a atividade, do mediador seja diminuído e os estudantes assumam direção da atividade. Que produzam conjuntamente, que tirem as dúvidas um dos outros.

## **O EXPERIMENTO**

O experimento foi realizado tendo como sujeito um grupo de três professores de Matemática, com experiência em Educação a Distância – EaD e um professor formador de uma universidade federal de ensino. Esses professores, assim como o professor formador, aceitaram participar como sujeitos voluntários da pesquisa com disponibilidade em participar dos encontros para a experimentação. Denominaremos o professor formador de Mediador e os professores de estudantes/alunos durante a explicitação do experimento e da análise.

As atividades foram experimentadas com grupo, as quais foram filmadas e gravadas a partir da captura da tela do computador do mediador pelo programa *aTube Catcher* (programa que grava tudo o que está acontecendo na tela do computador, faz download de vídeos da internet, entre outras funções) (USCANGA, 2011) para posterior análise de dados. Em cada sessão, os participantes trabalhavam a distância, cada um em sua própria casa, comunicando-se por meio do chat e do ambiente colaborativo de geometria dinâmica do *Tabulae Colaborativo*.

## **COLETA E TRATAMENTO DOS DADOS**

Após a coleta dos dados gravados, os dados foram tratados com o *Método da Análise de Conteúdo* (BARDIN, 2013), tendo como apoio os recursos computacionais do software e plataforma WebQDA (SOUZA; COSTA; MOREIRA, 2011). A análise dos dados tomou como unidade de registro cada interação escrita do sujeito e observações do que ocorria na janela colaborativa. A essas interações denominamos de “fala em ação” (chat), que foram categorizadas e contadas como unidade de referência.

A “fala em ação” sozinha, muitas vezes, não permite um entendimento da interação completa. Precisou-se definir uma unidade semântica que nos permitisse identificar o sentido, objetivos, participantes, dificuldades, ações..., de cada interação. Nesse sentido,

decidiu-se juntar as “falas em ação” os casos no que denominamos de *episódio*, em vez de escolher um recorte de proximidade da “fala em ação” no chat. Cada episódio foi delimitado a partir do objetivo da interação. Este processo foi realizado com o suporte do mediador que buscava, em um processo de lidar com os dados, manter o mais fiel possível cada conjunto de “falas em ação” que tivessem um mesmo objetivo do ponto de vista da atividade docente. A identificação dos episódios seguiu um processo de categorização no estilo de categorização feita a partir dos dados. Cada “fala em ação” era adicionada a um episódio já existente, ou iniciava outro. A cada objetivo de interação diferenciado, gerava-se uma nova categoria juntando as falas em episódio com começo, meio e fim.

Nesse artigo, discutiremos os resultados relativos a três dimensões analisadas no processo de categorização: Objetivo da Interação; Atores da Interação e Ação do estudante ou mediador com a Geometria Dinâmica.

Em cada dimensão, por sua vez, as unidades foram categorizadas como:

✓ *Objetivo da Interação:*

Cada “fala em ação” foi categorizada segundo o objetivo da interação, a fim de identificarmos nas sessões aquelas que se compunham em interação para mediação didática, daquelas que se compunham em outros tipos de atividades docentes e discentes. Essa é uma categorização teórica e segue diversos modelos já elaborados no estudo de Lins (2010). Acrescentamos *Interferências* como uma categoria de análise com relação às interações externas partindo do pesquisador-observador ou de uma pessoa não participante da pesquisa.

- Mediação Didática (MD Conteúdo Computacional e MD Conteúdo Matemático) – uma “fala em ação” foi categorizada como tendo objetivo de mediação didática, quando buscava mediar uma dúvida, incentivar novas buscas em relação ao conteúdo, favorecer o processo de aprendizagem oferecendo condições para que isso ocorra, sendo subcategorizada segundo o tipo de conteúdo, se matemático ou computacional (relativo ao software).
- Mediação Pedagógica – atitude e comportamento do professor para facilitar, incentivar ou motivar a aprendizagem;
- Gestão da Atividade – esclarece o objetivo da atividade ou reorganiza o ambiente ou as atividades.

✓ *Atores da Interação:*

- Estudante é o nosso aluno participante da pesquisa;

- Externo é o pesquisador ou qualquer pessoa que não está participando da pesquisa;
- Professor é o mediador
- ✓ *Ações do estudante ou do mediador na geometria dinâmica*

Em algumas conversas (episódios) de mediação didática, procurou-se analisar se a ação no software compartilhado tinha importância significativa ou não na mediação do professor. Da mesma forma analisamos se houve, durante cada episódio marcado com mediação, alguma ação com a Geometria Dinâmica, importante e fundamental que não fosse possível sem a ferramenta da “janela” da área pública. Nessa dimensão as categorizações foram “Sim” ou “Não”

## ANÁLISE DAS INTERAÇÕES DE MEDIAÇÃO DIDÁTICA

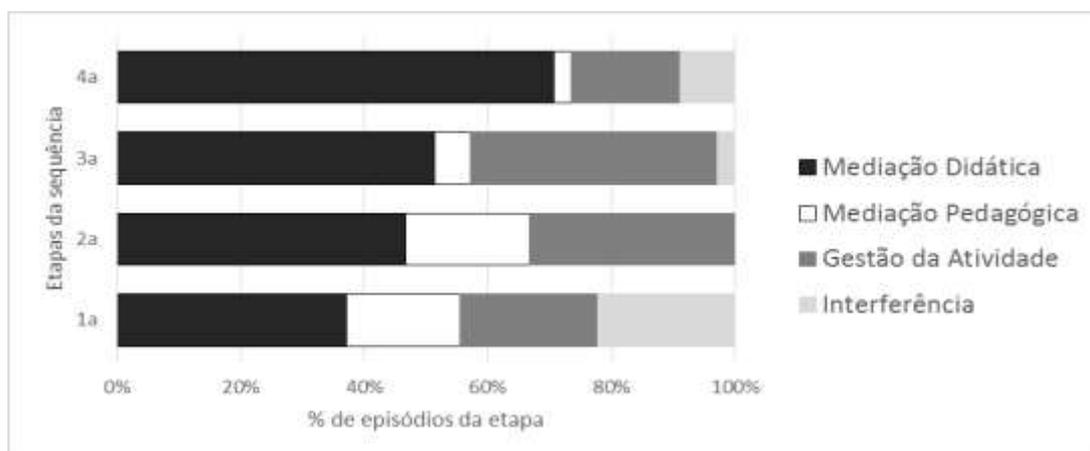
Um panorama geral dos dados coletados é ofertado por meio da tabela 1, em que as unidades de registro e semânticas são mostradas nas quatro categorias de interação a partir do objetivo da atividade docente: *Mediação Didática, Mediação Pedagógica, Gestão da Atividade e interferências.*

Tabela 1: Distribuição das falas em ação e episódios em relação aos objetivos da interação e aos encontros

Objetivo da interação	Falas em ação					Episódios				
	1ªS	2ªS	3ªS	4ªS	Total	1ªS	2ªS	3ªS	4ªS	Total
Mediação Didática	49	33	73	147	302	10	7	18	24	59
Mediação Pedagógica	13	9	2	5	29	5	3	2	1	11
Gestão da Atividade	27	23	35	30	115	6	5	14	6	31
Interferência	16	0	1	6	23	6	0	1	3	10
Total por sessão	105	65	111	188	469	27	15	35	34	111

Os dados nos mostram um total de 59 episódios de interações com fins de mediação didática, num total de 111 episódios durante as quatro etapas. Em termos absolutos percebe-se um quantitativo maior desses episódios das duas últimas seções em que o trabalho colaborativo é valorizado. Porém, em termos percentuais o Gráfico 1 mostra um crescimento percentual das mediações didáticas.

Gráfico 1: Distribuição percentual dos episódios nas etapas por objetivo da interação



Na última etapa da sequência de atividade chega-se a 70% dos episódios com natureza de mediação didática. Percebe-se a efervescência da discussão pautada no conteúdo, que com a subcategorização em “conteúdo computacional” e “conteúdo matemático” (Tabela 2), mostra que essencialmente tem-se o foco nos entraves e discussões matemáticas.

Tabela 2: Distribuição das falas em ação e episódios de mediação didática, quanto a mediação computacional e mediação de conteúdo matemático

Objetivo da interação	Falas em ação					Episódios				
	1ªS	2ªS	3ªS	4ªS	Total	1ªS	2ªS	3ªS	4ªS	Total
Mediação Computacional	12	3	13	8	36	4	3	4	4	19
Mediação de Conteúdo Matemático	35	30	60	139	266	8	6	17	21	52
<b>Total de Mediação Didática</b>	<b>47</b>	<b>33</b>	<b>73</b>	<b>147</b>	<b>302</b>	<b>10</b>	<b>7</b>	<b>18</b>	<b>24</b>	<b>59</b>

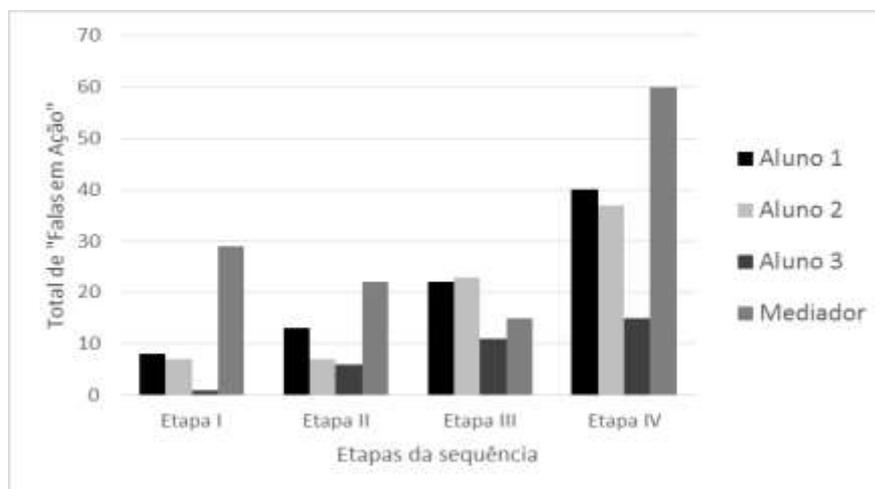
Observa-se que o total de Mediações Didáticas nem sempre é igual à soma dos episódios em cada etapa. Isto se deve ao fato de que, nos episódios de mediação didática, algumas vezes a mediação computacional se articulava com a de conteúdo matemático no ambiente de geometria dinâmica. Já para o caso das unidades de registro (as falas em ação) são classificadas de forma disjunta entre as duas categorias.

### Evolução das Mediações Didática no Decorrer das Etapas da Sequência

Traremos aqui gráficos que mostram a evolução das mediações didática ao longo da sequência de atividade, de forma a fornecer uma síntese ao leitor.

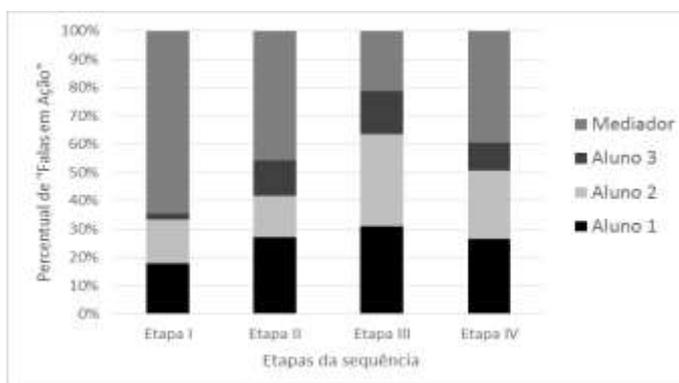
O Gráfico 3 nos mostra a evolução das “Falas em ação” da primeira a quarta etapa.

Gráfico 2: Frequência de Falas em ação por etapa e por estudantes.



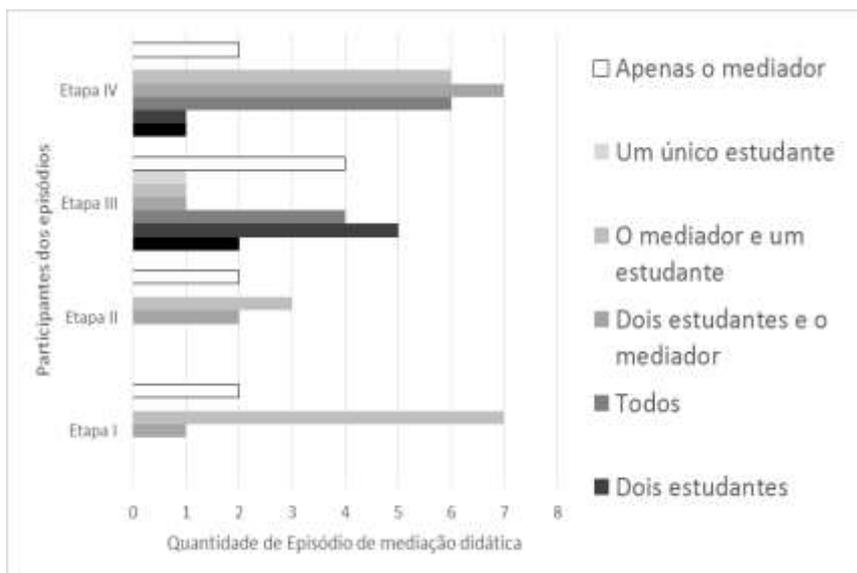
A participação do mediador diminui até a 3ª etapa e volta a ser predominante na quarta etapa. No entanto, em termos percentuais, a participação do mediador na quarta etapa ainda é menor que nas duas primeiras, como mostra o Gráfico 3.

Gráfico 3: Distribuição percentual das “Falas em Ação” por etapa e por sujeito



Se por um lado, a “Fala em ação” ressurge como predominando na quarta etapa, um olhar dos episódios vai nos mostrar uma caracterização diferente da participação na quarta etapa e nas duas primeiras. Os estudantes tomam a direção dos trabalhos, e o mediador muitas vezes participa dos trabalhos com ele. Diminuem muito as participações do tipo “o mediador fala sozinho” ou fala o mediador e um único aluno.

Gráfico 4: Distribuição da participação nos episódios por etapa

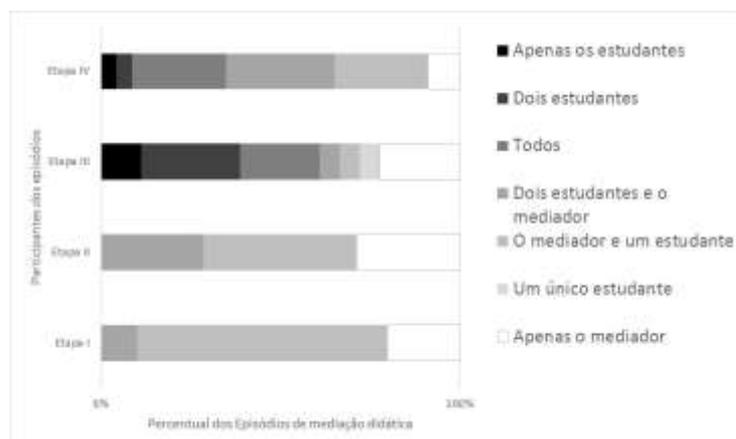


O gráfico 4 deixa clara a diferença em termos de tendência de tipos de mediação quanto à participação dos sujeitos envolvidos. As atividades mais individuais e no máximo de cooperação predominam interações com no máximo duas pessoas, em que o mediador é peça chave.

Já as atividades desenhadas com o objetivo de colaboração foram centradas em mediações com maior participação dos alunos e muitas vezes sem a interferência direta do mediador. As duas atividades de colaboração também se diferenciaram, aquela cujo produto dependia essencialmente da criatividade dos alunos mostrou-se mais eficaz para que eles, sozinhos tomassem a “direção” da condução da mediação.

Os mesmos dados reorganizados de forma a exibir o percentual dos episódios de mediação didática por participantes são mostrados no Gráfico 5.

Gráfico 5: Distribuição percentual dos episódios por tipo de participantes em cada etapa

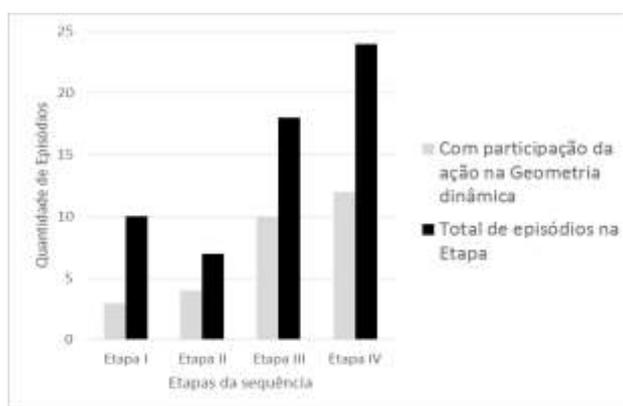


Observa-se claramente o crescimento dos episódios em que a participação do estudante é central. Vai desde uma etapa, de trabalho individual em que ele aparece apenas em 10 dos episódios, junto com o mediador e dois estudantes até mais de 60% dos episódios na quarta etapa.

### Compartilhamento das ações de Geometria Dinâmica

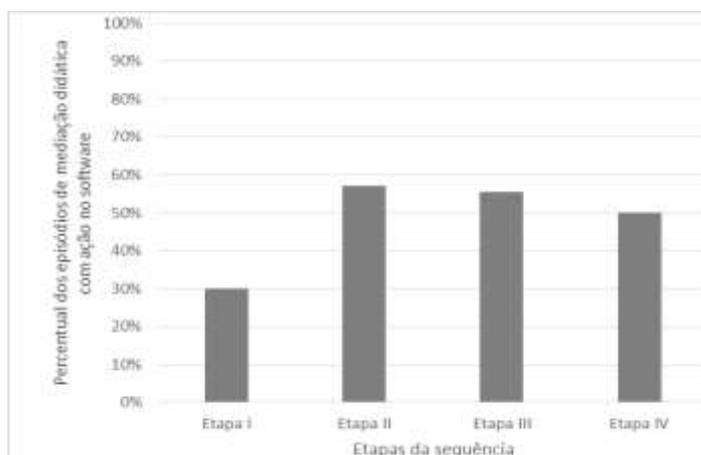
Se há diferença dos tipos de participação nas mediações didáticas ao longo das etapas, a importância da ação na janela de geometria dinâmica colaborativa aparece em todas elas. O que se amplia é a quantidade de episódios, como mostra o Gráfico 6.

Gráfico 6: Participação das ações com o software colaborativo nos episódios



De forma percentual, a importância da mesma se revela sem grandes diferenças desde a etapa de trabalho individual ao trabalho colaborativo.

Gráfico 7: Percentagem de episódios de cada etapa em que as ações no software participaram promovendo o diferencial



Mesmo para as etapas de trabalho individual, a presença do software que permite a interação com o objeto de conhecimento de forma coletiva mostrou-se importante na mediação didática.

## CONCLUSÃO

O fato de termos o acompanhamento das ações e construções visualizadas em uma área pública, por todos os participantes, favoreceu o entendimento e intervenções construtivas, tais como, questionamentos, negociações, compartilhamento social, respostas às dúvidas, descobertas de novas estratégias e propriedades da simetria, sugestões de ações, principalmente quando o professor é um mediador deixando “livre” a criatividade do aluno, apesar de estar no controle da situação visualizando tudo que se passava na tela e acompanhando todas as conversas pelo chat, inclusive tendo o conhecimento de qual estudante corresponde àquela ação (no GD e no Chat).

A oportunidade oferecida pelo software aos estudantes e mediador, em ver a ação e reação sobre o objeto de estudo e estratégias de construção da atividade em tempo real, traz na colaboração e interação entre os participantes um aspecto importante e que permite as discussões. Ele, o aluno, se torna mais dinâmico ao poder compartilhar sua produção e ver também de forma compartilhada a produção dos outros envolvidos na atividade, permitindo-o, de certa forma, se sentir responsável pela sua própria aprendizagem e pela do outro. A mediação feita pelo estudante sem interferência do mediador surge forte nesse experimento.

A participação nesse processo do mediador é de questionador, instigador, orientador, observador, investigador e condutor de conhecimentos de forma responsável e racional. Ele sabe que nesse ambiente de compartilhamento, mesmo a distância, o “contato” com as operações estratégicas elevam a condição de entendimento pelo fator de visualização e de manipulação dos objetos de conhecimento em construção.

O software de geometria dinâmica levou os estudantes a entender e resolver um problema geométrico por meio da visualização e manipulação do seu objeto de estudo, as propriedades e variáveis envolvidas no problema com recursos visuais/gráficos (GD) favoreceram a mediação, tanto em momentos de sua ação, quanto em situações em que buscavam compreender o pensamento do colega.

A Matemática se compõe não somente de conceitos, teoremas e propriedades, mas também de uma simbologia própria, que representa entraves quando se pensa em educação mediada por computador a distância, obstáculos a que se possa expressá-

la em outros contextos ou cenários que fogem presencial. No entanto, com esses avanços tecnológicos, um “olhar” se volta, particularmente, à Mediação Didática em Matemática de forma colaborativa e a distância.

Hoje, com o uso do computador e seus avanços, até podemos contar, em Matemática, com softwares mais comprometidos com a sua simbologia, trabalhando de forma estruturada em colaboração, visualizada por todos os participantes de uma forma cada vez mais síncrona. Os elementos visuais gráficos desses ambientes virtuais nos moldes CSCL (aprendizagem colaborativa apoiada por computador) nos deixam cada vez mais próximos de uma aprendizagem coletiva e com possibilidades de uma mediação que acredita que essa aprendizagem ocorre socialmente, de forma integrada em grupo.

Cabe a cada professor desejar quebrar seus paradigmas e seguir junto com seus alunos numa cadeia de conhecimentos gerados de forma participativa, colaborativa e principalmente, em uma atividade de processos construtivos que ocorrem por meio de construções e reconstruções, ações e reações dos sistemas lógicos de cada indivíduo.

O roteiro gerado para uma sequência de atividades mostrou-se efetivo não somente para a mediação didática, como também para propiciar a colaboração entre os estudantes. Com o conhecimento prévio do problema e o pensar sobre o mesmo, propiciou que eles se sentissem responsáveis pela tarefa e com equilíbrio no desenvolvimento dos sujeitos, que ora mediavam a dúvida de um colega, ora era mediado em sua dúvida por outro colega.

## REFERÊNCIAS

ALMEIDA, M. E. B. Educação a distância na internet: abordagens e contribuições dos ambientes digitais de aprendizagem. *Educação e Pesquisa*, v. 29, n. 2, p. 327-340, jul./dez., 2003.

ALVES, D. S. *Simetria Axial: uma sequência didática para alunos da 6ª série com o uso de software de geometria dinâmica*. 2005. 198f. Dissertação. (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) - Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2005.

ANDRADE, J. P. G. *Vetores: interações à distância para a aprendizagem de álgebra linear*. 2010. 125 f. Dissertação. (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) - Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2010.

ARTIGUE, M. Engenharia Didáctica. In: BRUN, J. (Org.) *Didáctica das matemáticas*. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. p. 193-217.

BARDIN, L. *Análise de conteúdo*. Lisboa: Edições 70, 2013.

BELLEMAIN, F.; BAULAC, Y.; LABORDE, J. M. *Cabri-Géomètre*. 1988.

BELLEMAIN, F. et al. *Vetores* - software para a aprendizagem colaborativa de conceitos de álgebra linear. 2010.

BELLEMAIN, F.; GITIRANA, V.; BELLEMAIN, P. M. B. *Elementos de engenharia de software educativos para a concepção de ferramentas computacionais para o CSCL*. (texto não publicado).

BELLEMAIN, F. Geometria dinâmica: diferentes implementações, papel da manipulação direta e usos na aprendizagem. In: *Simpósio Nacional de Geometria Descritiva e Desenho Técnico & International Conference on Graphics Engineering for Arts and Design*, 2001. p. 1.314–1.329.

BRANDÃO, L. O.; ISOTANI, S. Uma ferramenta para ensino de geometria dinâmica na internet: iGeom. In: *WORKSHOP DE INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO. Anais...* Campinas: UNICAMP, 2003. p. 1.476-1.487.

CHALEGRE, M. B. R. ; GITIRANA, V. Explorando simetria de reflexão axial na 4ª série do ensino fundamental com a mira. In: *XIV EPEN - Encontro de Pesquisa Educacional do Nordeste. Anais...* Salvador, 1999, 8p.

DILLENBOURG, P. What do you mean by “collaborative learning”? In: \_\_\_\_\_. (Ed.). *Collaborative learning: cognitive and computational approaches*. Oxford: Elsevier, 1999. p. 1-19.

DOUGIAMAS, M. Moodle: A virtual learning environment for the rest of us. *TESL-EJ*, v. 8, n. 2, p. 1-8, 2004.

GUIMARÃES, L. C.; MORAES, T. G. *Tabulae Colaborativo*. Software sem registro, 2008.

GUIMARÃES, L. C.; BARBASTEFANO, R. G.; CARVALHO, D. *Tabulae* Registro INPI n. 0039192. 2001.

HOHENWARTER, M. *Geogebra colaborativo*, 2001.

JACKIW, N.; KLOTZ, E.; SCHATTSCHNEIDER, D. *Geometer Sketchpad* (versão preliminar), 1989.

LIMA, I. Conhecimentos de alunos da educação básica sobre a simetria de reflexão. *Educação Matemática em Revista*. São Paulo: SBEM, v. 13, n. 25, p. 46-55, 2008.

LINDQUIST, M. M.; SHULTE, A. P. (Org.). *Aprendendo e ensinando Geometria*. São Paulo: Atual Editora, 1998.

LINS, W. C. B. *Interações em atividades de docência online em ambientes de imersão 3D*. 2010. 264f. Tese. (Doutorado em Educação) - Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2010.

ROCHA, J. S. *Aprendizagem de Matemática na Educação a Distância online: especificações de uma interface que facilite o tratamento algébrico para aprendizagem colaborativa entre pares*. 2012. 151f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) - Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2012.

ROSHELLE, J.; TEASLEY, S. The construction of shared knowledge in collaborative problem solving. In: O'MALLEY, C. (Ed.). *Computer supported collaborative learning*. Berlin: Springer Verlag, 1995. p. 69-197.

ROSINI, A. M. *As novas Tecnologias de Informação e a Educação a Distância*. São Paulo: Thomson Learning, 2007.

SANGARÉ, M. S. La marque d'une transformation géométrique. Un exemple de modélisation didactique. *Educação Matemática Pesquisa*. Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática. São Paulo: PUC-SP, v. 8, n. 2, p. 225-266, 2006.

SIQUEIRA, J. E.; LIMA, P. F.; GITIRANA, V. Explorando Simetria de Reflexão: uma sequência didática no Cabri-géomètre. In: *Anais do VIII Encontro Nacional de Educação Matemática*. Recife: SBEM, 2004. p. 1-14.

SOUZA, F. N.; COSTA, A. P.; MOREIRA, A. Análise de dados qualitativos suportada pelo software WebQDA. In: *Atas da VII Conferência Internacional de TIC na Educação: Perspectivas de Inovação*. 2011. p. 49-56.

USCANGA, D. A. *aTube Catcher* ©, Software Livre, 2011.

VALENÇA, M. C. L. *Simetria de Reflexão: uma análise de mediações com geometria dinâmica a distância*. 2014. 134f. Dissertação. (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) - Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2014.

Recebido em junho de 2014

Aceito em agosto de 2014