AS REPRESENTAÇÕES SIMBÓLICAS E OS SIGNIFICADOS CONSTRUÍDOS POR ALUNOS DO ENSINO FUNDAMENTAL SOBRE A ESCRITA NUMÉRICA[1]

Leny Rodrigues Martins TEIXEIRA[2]
Claudemir Monteiro LIMA[3]
Daniela de Francisco CARLOS
Júlio PETERSON
Roberto CAVALI

RESUMO: A pesquisa analisou as respostas de escolares de 3ª e 4ª séries frente a questões de leitura, escrita, interpretação do valor posicional na numeração escrita, operações de adição e subtração com o intuito de verificar a relação entre os sistemas de representação simbólica (oral e escrito), construídos pela criança e a conceituação do número. Foram entrevistados 80 sujeitos envolvendo alunos com facilidade e dificuldade na aprendizagem de matemática, com defasagem escolar e do método Kumon. As respostas dos alunos com facilidade para aprendizagem em matemática e do método Kumon evidenciaram, no geral, melhor compreensão dos critérios de composição e decomposição numérica, relações pertinentes entre agrupamentos de unidades e valor posicional dos números, compreensão do valor do transporte nas operações e domínio do código numérico escrito. Discute-se no texto o papel das representações do número, construídas dentro e fora da sala da aula, como sistemas independentes e a dificuldade de integrá-los.

PALAVRAS-CHAVE: Aprendizagem; Representação; Numeração Escrita; Valor Posicional do Número

ABSTRACT: THE SYMBOLIC REPRESENTATION CONSTRUCTED BY FUNDAMENTAL LEARNING STUDENTS ABOUT THE CONCEPT OF THE NUMBER

The research studied the 3rd and 4th grade students'answears questioning about reading, writing and interpretation of the position value in the written numeration and addition/subtraction operations, meaning to verify the relation between the symbolic representation systems(oral and written), built by the children, and the concept of the number.

It was interviewed 80 students with abilities and difficulties on mathematical learning; students who were behind their school age and "Kumon " students. The answers of students with math learning ability and those of the "Kumon" method generally show a better comprehension of composition and decomposition numerical criteria, appropriate relations between unity groups and position value of he numbers, comprehension of the value of transporting numbers in the operations and the control of the written numerical code. It is discussed on the paper, the role of the numerical representations constructed in and out the classrooms as independent systems, and the difficulty to integrate them.

KEY-WORDS: Learning; Representation; Written Numeration; Position Value of the Number

A - Introdução

Dentre os vários aspectos pesquisados sobre a noção de número está o da aquisição da numeração escrita. Segundo Lerner & Sadovsky (1996), apropriar-se do nosso sistema de numeração supõe descobrir o que ele oculta. O sistema possui regularidades e incorporá-lo significa descobrir tais regularidades e as razões que as fundamentam.

O sistema de numeração posicional que usamos atualmente é mais econômico e regular, mas menos transparente. É mais econômico, porque podemos, com uma quantidade mínima (10) de símbolos, registrar qualquer número. Isso o

[1] O presente artigo é resultado do trabalho realizado como projeto integrado de pesquisa/ CNPq.

[2] Departamento de Educação - Faculdade de Ciências e Tecnologia - UNESP – 19060-900 - Presidente Prudente – Estado de São Paulo – Brasil.

[3] Discentes bolsistas do CNPq.

Teixeira, Fleury, Yessad (1996) realizaram um estudo, nos mesmos moldes dos de Kamii, C. (1989), com crianças parisienses de 1ª e 2ª séries de uma escola elementar (7 - 9 anos) de uma zona de educação prioritária (ZEP)[4], com o objetivo de verificar quais resultados seriam encontrados numa clientela escolar desfavorecida socialmente e com dificuldades escolares, por contraponto àquela estudada por Kamii nos E.E.U.U. Salvo diferença nos percentuais, encontraram-se as mesmas categorias gerais de respostas, cuja análise nos permitiu concluir que, para essas crianças, o número tomado na sua totalidade representa o valor cardinal do todo, mas elas se confundem quando se sugere que as partes decimais têm uma relação precisa com o todo. Isso significa que o signo numérico é um valor absoluto e não uma composição de dois algarismos. Por outro lado, nas competências práticas como cercar 10 unidades, contar os agrupamentos e dizer 1 dezena e 6 unidades, por exemplo, utilizar o quadro de valor do lugar, decodificar um número de dois algarismos, o êxito dependeu do domínio de certos procedimentos que as crianças desenvolveram sem que a compreensão do sistema de valor posicional tenha sido atingida.

O estudo concluiu que compreender o sistema de numeração é diferente de dominar o conjunto de tarefas (codificar e decodificar). Para que haja conceituação é preciso que as tarefas apareçam como diferentes facetas do número. As crianças não fazem correspondências entre os diferentes códigos (as diferentes representações) de um mesmo número e os cardinais que eles exprimem.

Em síntese, o problema das dificuldades da compreensão do sistema de numeração pode se situar no plano das relações entre conceituação e representação. É preciso, portanto, responder a algumas questões que as análises que se fundamentam apenas no aspecto lógico dos sistemas aplicados à numeração não permitem, ou seja: qual o papel dos significantes? Eles não são neutros e veiculam um sentido. Existem vários significantes e sem dúvida vários significados um pouco diferentes que se ligam; do que a criança precisa, no plano conceitual para passar de uma representação à outra? Como se faz essa passagem?

As relações entre a representação e conceituação tem sido estudadas por Vergnaud. Para ele a função principal da representação é de conceitualizar o real para agir eficazmente e justifica um estudo da mesma centrado sobre os conteúdos dos conhecimentos práticos e teóricos (1985). Para compreender o funcionamento da representação é indispensável distinguir entre o plano dos significantes (linguagem natural, gestos, desenhos, esquemas, tabelas, álgebras...) e entre os diferentes componentes do significado (invariantes, regras de ação, inferências) (1985).

[4] ZEP é a designação usada na cidade de Paris para as áreas urbanas que, por motivos sócio-econômicos, recebem verbas diferenciadas para a educação.

Para explicar a articulação entre a representação e o real de um lado e as relações entre significantes e significados de outro, Vergnaud desenvolveu a noção teórica de homomorfismo, a qual permite examinar as relações entre significantes e significados, ou seja, entre representações simbólicas e conceituação. Os significantes podem designar os invariantes, acompanhar inferências ou predições, explicitar regras de ação, mas todo o trabalho que se realiza ao nível do significado não é necessariamente acompanhado por manipulações simbólicas. Isso significa segundo Vergnaud (1985) que não há uma correspondência bi-unívoca entre o plano do significante e do significado.

O conceito de homomorfismo é um conceito chave para responder a questões do conhecimento, como: *quais propriedades do significante representam quais propriedades do significado?; quais conceituações e operações de pensamento são necessárias para receber as significações veiculadas pelas formas simbólicas utilizadas?* (Vergnaud, 1993, p.10).

Por outro lado, é preciso reconhecer que os significantes da linguagem colocam problemas particulares. A criança deve compreender que não há uma única regra para toda a seqüência da numeração escrita, irregularidade que não se encontra ao nível de outros códigos simbólicos.

Na mesma linha de interpretação, Nunes (1997) aponta que, embora os esquemas de ação formem a base para entender relações, conforme apontado por Piaget (1970), isso não é suficiente. Há outro elemento importante que é a racionalização dos significados matemáticos pela sua ligação ao sistema coletivo de signos. Em outras palavras, os esquemas de ação permitem a realização de deduções lógico matemáticas, mas o seu uso se faz de forma coordenada ao sistema coletivo de signos.

B - A Pesquisa

A pesquisa teve por objetivo analisar as respostas de escolares de 3ª e 4ª séries frente a questões de leitura, escrita, interpretação do valor posicional na numeração escrita e operações de adição e subtração, com o intuito de verificar a relação entre os sistemas de representação simbólica (oral e escrito) construídos pela criança e a conceituação do número.

Foram entrevistadas individualmente pelos pesquisadores 80 crianças de diferentes escolas[5] separados em 4 grupos de vinte alunos, assim constituídos:

Grupo 1 – Alunos com facilidade em matemática (faixa etária de 9 a 10 anos) selecionados pelos professores regentes das

[5] A pesquisa foi realizada na cidade de Presidente Prudente,S.P. Os grupos 1 e 4 entrevistaram sujeitos de duas escolas públicas comuns escolhidas aleatóriamente;o grupo 3 escolheu a escola que oferecia classe de aceleração; o grupo 2 fez o levantamento de dados nas duas unidades de ensino Método Kumon existentes na cidade

salas de aula de escolas públicas, com base nos critérios: conceito A e B na avaliação escolar, rapidez e autonomia para resoluções de problemas em relação à classe.

Grupo 2 - Alunos do método Kumon (faixa etária de 9 a 11 anos), oriundos de diferentes escolas (públicas e privadas), frequentando o curso Kumon de ensino de matemática, em média há um ano.

Grupo 3 - Alunos com defasagem escolar (faixa etária de 12 a 15 anos), freqüentando classes de aceleração, selecionados com base no critério de defasagem mínima de 3 anos de idade – série escolar.

Grupo 4 - Alunos com dificuldade em matemática (faixa etária de 9 a 12 e uma de 16 anos) selecionados também pelos professores regentes das salas de aula; as escolas foram as mesmas pesquisadas pelo grupo 1, embora os critérios de seleção dos alunos tenham sido opostos aos utilizados naquele caso.

A prova continha 13 questões aplicadas individualmente: a criança respondia à questão e explicava ao entrevistador os procedimentos usados. Quatro aspectos da numeração foram abordados:

I - Composição e decomposição numérica (compor e decompor números conforme ordens numéricas). Exemplo: escrever o número formado por 6 dezenas + 9 unidades, quantas dezenas tem o número 70, 205, 856 , de quantas formas se pode escrever o número 368, etc.

II - Composição e decomposição numérica: relação entre a representação numérica e pictórica (sistema de contagem, relação entre agrupamentos e escrita numérica, decomposição do número conforme as ordens numéricas). Exemplos: dado um grupo de 25 bolinhas circular quantas bolinhas o 5 e o 2 do número 25 representam ; associar às ordens dos números, quantidades desenhadas no quadro valor do lugar.

III - Algorítmo da adição e subtração(resoluções de adições e subtrações simples com reserva e de adições com parcelas incompletas) Ex: 347 + 148=

$\boxed{}$ + 738 = 802

IV - Domínio do código numérico (escrita, leitura e ditado de números, comparação entre os números). Ex: ler, escrever sob ditado números como: 2.700, 4080, 1111 e comparar pares de números como 105 e 1005, 2005 e 2005, 30800 e 4080.

Serão apresentados a seguir alguns dos resultados encontrados conforme os 4 grupos estudados . Das questões aplicadas, selecionamos algumas de cada um dos aspectos abordados na prova.

Aspecto I – Composição e decomposição numérica

Questão 1 - Escreva o número formado por:

a -) 6 dezenas + 9 unidades = b -) 1 centena + 8 dezenas + 5 unidades = c -) 69unidades=

d -) 18 dezenas + 5 unidades = e -) 185 unidades=

Tabela 1- Freqüência de respostas dos 4 grupos relativa aos itens a) b) c) d) e e)questão 1.

Categorias / Grupos		Grupo 1 %	Grupo 2 %	Grupo 3 %	Grupo 4 %
1 – Composição operatória do número	(Ex: 60 + 9/100 + 80 + 5)	51	43	05	06
2 – Número na sua totalidade	(Ex: 69u = 69)	31	38	34	30
3 – Ordem convencional da leitura do nº.	(Ex: 6d e 9u = 69)	02	11	37	14
4 – Soma dos dígitos	(Ex: 6 d + 9 u = 15)	03	06	09	42
5 – Troca de posição de algarismos	(Ex: 6d + 9u = 96)	02	-	-	-
6 – Identificação c/ valor expresso na casa da unidade	(6d e 9u = 9)	-	02	-	-
7 – Dúzia como base	(Ex: 6d + 9 u= 6x12 + 9)	-	-	06	-
8 – Respostas aleatórias		07	-	02	08
9 – Não responderam		04	-	07	-
Total		100	100	100	100

As respostas dos grupos à questão mostraram que a compreensão do valor da dezena e centena expresso no valor posicional do número (composição operatória do número) foi melhor assimilado pelos grupos 1 e 2 (51 % e 41% respectivamente). No grupo 3 (defasagem escolar), destaca-se o percentual de 37 % de respostas com base na ordem convencional de leitura ou seja , o número era composto na mesma seqüência em que era lido. No grupo 4 (dificuldade na aprendizagem matemática), 42 % das respostas revelaram que as crianças compuseram os números somando os dígitos (Ex: 6d + 9u = 15).

Cabe ressaltar que todos os grupos apresentaram percentuais próximos (30 a 38%) de respostas agrupadas como "número na sua totalidade". Tais respostas foram dadas aos itens c) 69 unidades e e) 185 unidades para os quais se registrou uma resposta de simples leitura. As demais categorias expressam respostas bem parciais como troca de posição de algarismos e identificação com o valor expresso na casa da unidades (Ex: 69 unidades = 9u). Há também no grupo 3 um aluno que identificou dezena como dúzia, cabendo ressaltar que durante toda a prova os cálculos que ele usou terão como base o número 12.

Questão 2 - Quantas dezenas tem o número abaixo:

a -) 70 b -) 120 c -) 330 d -) 205

Tabela 2- Freqüência de respostas dos 4 grupos relativa aos itens a) b) c) e d) da questão 2.

Categorias / Grupos	Grupo 1 %	Grupo 2 %	Grupo 3 %	Grupo 4 %
1 – Divisão por 10 (Ex: 70 ÷ 10 = 7)	63.8	56.3	31.3	38.8
2 – Eliminação do último algarismo ou zero (Ex: 7, 12 33, 20)	3.7	12.5	20	12.5
3 – Identificação c/ valor expresso na casa da dezena (Ex: 7, 2)	-	15	-	7.5
4 – Multiplicação por 10 (Ex: 70 × 10 = 700)	3.7	-	05	
5 – Dezenas reduzidas a unidade	-	10	2.5	8.7
6 – Referente a quantidade de algarismos destinado a dez/ (Ex: 1)	3.7	05	-	-
7 – Relativa a Quantidade de algarismos do número (Ex: 2,3)	10,1	-	10	-
8 – Soma dos dígitos (Ex: 120 = 1 + 2 + 0 = 3)	-	-	3.7	3.7
9 – Dúzia como base (Ex: 7x12 = 70)	-	-	05	-
10 – Respostas aleatórias	11.3	-	12.5	21.3
11 – Não responderam	3.7	1.2	10	7.5
Total	100	100	100	100

A categoria com mais percentual para todos os grupos foi a que se refere ao procedimento de fazer a divisão por 10 para calcular quantas dezenas tem o número. No entanto esse percentual foi bem maior para os grupos 1 e 2 (63,8 e 56,3) respectivamente) e mais baixo para o grupos 3 e 4 (31,3 % e 38,8%). Embora o procedimento de eliminar o último algarismo ou o zero final possa estar correto, não parece ter sido usado pelos alunos significando divisão por 10. Embora com freqüências diferentes, esse procedimento foi aplicado, e quem o usou o fez para os números 70, 120, 330 (onde era pertinente) como também para o 205. Neste último caso o algarismo 5 também foi cortado. As demais categorias de respostas revelaram uma leitura bastante parcial da questão como no grupo 4 que, em 15 % das respostas reduziu as dezenas ao valor expresso na casa das dezenas (ex: 70 = 7 dezenas, 120 = 2 dezenas, 205 = 0 dezenas) e no grupo 2, em 7.5%.

Nos grupos 1 e 2 (3,7 e 5%) comparecem ainda respostas que reduzem a quantidade de dezenas ao número expresso na casa da dezena; nos grupos 1 e 3 há 10% respostas em cada um que identificam quantidade de dezenas com quantidade de algarismos do número. Chama atenção o fato de haver 21.3 % de respostas aleatórias[6] no grupo 4.

Questão 3 - Observe o número **856** e o **307**, e responda:

a -) Qual o algarismo que representa a casa das dezenas do **856** e do **307**?

b -) Qual o algarismo que representa a casa da centenas do **856** e do **307**?

c -) Quantas dezenas há no número **856**?

d -) Quantas dezenas há no número **307**?

[6] Respostas aleatórias é uma categorização para as respostas que, aparentemente parecem ter sido dadas ao acaso , ou que não se pode descobrir o significado atribuído a elas pelos alunos; por exemplo, respostas como 101 e 90 à questão: quantas dezenas têm o número 120.

Tabela 3- Freqüência de respostas dos 4 grupos relativa aos itens c) e d) da questão 3.

Categorias / Grupos	Grupo 1 %	Grupo 2 %	Grupo 3 %	Grupo 4 %
1 – Divisão por 10	40	40	30	15
2 – Eliminação do último algarismo ou do zero (Ex: 856 =85)	-	15	05	-
3 – Identificação com o valor expresso na casa da dezena (856 = 5)	30	25	15	17.5
4 – Multiplicação por 10 (Ex:307 =3070)	-	-	05	-
5 – Dezenas reduzidas à unidade (Ex: 856 = 856)	-	05	-	2.5
6 – Referente à quantidade de algarismos destinado a dezena(856 =1)	-	05	05	-
7 – Relativa à quantidade de algarismos do número (856 = 3)	2.5	-	10	20
8 – Identificação com o valor expresso na casa da centena(856 = 8)	-	05	-	7.5
9 – Identificação com o valor expresso na casa da unidade(856 = 6)	-	-	-	2.5
10 – Dúzia como base (856 × 12 = 10272)	-	-	05	
11 – Respostas aleatórias	25	-	15	10
12 – Não responderam	2.5	05	10	25
Total	100	100	100	100

É interessante notar que os resultados para o item a) (algarismo na casa da dezena) apontam percentuais altos de respostas corretas nos quatro grupos (85%, 100%, 87,5% e 65%) . Para a identificação correta do algarismo da centena (item b) os resultados foram praticamente os mesmos nos grupos 1 e 2 (80 e 100%), embora tenham diminuído no grupo 3 para 70% e no grupo 4 para 40%. O mesmo não ocorreu entretanto, quanto aos itens c) e d) onde se pedia quantas dezenas há nos números 856 e 307. O percentual de respostas corretas (divisão por 10) foi de 40% para os grupos 1 e 2, 30 % para o grupo e 15 % para o grupo 4. Em dois grupos o procedimento de cortar o último algarismo ou do zero comparecera com base na interpretação limitada de que as dezenas contidas no número são as expressas no caso das dezenas (30%, 25%, 15% e 17.5% respectivamente para os 4 grupos). As demais categorias mostram interpretações parciais que se encontram pulverizadas, como no caso da questão 2.

Esse mesmo aspecto da decomposição do número em dezenas e centenas pode ser visto na questão solicitava formas de se escrever 368 e 409.

Questão 4 - De que outra maneira podemos escrever os números abaixo, marque com um (x)

368

( ) 36 dezenas e 8 unidades ( ) 3 centenas

( ) 368 unidades ( ) 3 dezenas e 68 unidades

( ) 3 centenas e 68 unidades ( ) 3 centenas 6 dezenas e 8 unidades

409

( ) 4 centenas ( ) 409 unidades

( ) 40 dezenas e 9 unidades ( ) 4 centenas 0 dezenas e 9 unidades

( ) 4 centenas e 9 unidades ( ) 4 dezenas e 9 unidades

Tabela 4- Freqüência de respostas dos 4 grupos referente à questão 4.

Número 368	G1 %	G2 %	G3 %	G4 %	Número 409	G1 %	G2 %	G3 %	G4 %
3 centenas 6 dezenas e 8 unidades	85	100	90	95	4 centenas 0 dezenas e 9 unidades	95	95	90	85
368 unidades	75	100	45	65	409 unidades	50	95	50	60
3 centenas e 68 unidades	60	80	45	45	4 centenas e 9 unidades	55	15	35	10
36 dezenas e 8 unidades	60	65	30	55	40 dezenas e 9 unidades	65	70	50	70
3 dezenas e 68 unidades	35	15	20	55	4 dezenas e 9 unidades	20	15	20	5
3 centenas			05	-	4 centenas	5	-	05	-

A resposta a esta questão confirma os resultados obtidos na questão anterior. As decomposições mais comuns como 368 unidades e 3centenas, 6 dezenas e 8 unidades foram apontados pela grande maioria dos alunos de cada grupo, embora os grupos 1 e 2 apresentem resultados mais altos. Conforme as alternativas menos usuais vão comparecendo, diminuem os percentuais. Cabe ressaltar, no entanto, que mesmo as alternativas incorretas foram assinaladas, embora com freqüência menor. Realmente não parece haver o critério operatório para decompor o número. Ele é visto pela maioria com um número na sua totalidade de unidades (368 u) ou na decomposição clássica geralmente usada na escola: 3 centenas, 6 dezenas e 8 unidades.

As alternativas menos usuais (3 centenas e 68 unidades e 4 centenas e 9 unidades) bem como (36 dezenas e 8 unidades e 40 dezenas e 9unidades) obtiveram percentuais menores, mesmo nos grupos 1 e 2 . Nesses casos a alternativa 3 centenas e 68 unidades foi apontada em 60 % no grupo 1 e em 80% no grupo 2 para o número 368, e respectivamente 55 % e 75 % no caso do número 409. No entanto esse percentual, mesmo nestes grupos com melhores desempenhos, caiu para 60 e 65 % respectivamente quando a alternativa era 36 dezenas e 8 unidades e 65 % e 70% para 40 dezenas e 8 unidades.

No grupo 3, a freqüência de respostas apontando essas alternativas diminuiu quase pela metade, tanto para 368 quanto para 409. O grupo 4 no entanto, apresentou um resultado atípico: para alternativa 3c e 68 unidades houve 45 % de indicações e 10% para 40 dezenas e 9 unidades; já para a alternativa 36 dezenas e 8 unidades houve 55 % de escolhas e 70% para 40 dezenas e 9 unidades. As respostas desse grupo, nesse caso, fogem do padrão esperado ou seja, houve mais indicações para 40 dezenas e 9 unidades do que para 409 unidades.

As duas últimas alternativas (3 dezenas e 68 unidades e 3 centenas) que não eram corretas foram escolhidos com menor freqüência sobretudo pelo grupo 2. Nos demais grupos, houve escolhas variando de 20 a 55 %. Isso indica que não houve realmente compreensão da decomposição numérica pelos alunos.

Aspecto II – Composição e decomposição numérica: relação entre representação numérica e pictórica.

Na questão a seguir solicitava-se que a criança contasse e depois circulasse no conjunto de unidades desenhadas (25 e 116), quantas unidades corresponderia ao 5 e depois ao 2 do 25. Procedia-se da mesma forma para o 116.

Questão 5 -Agrupe as bolinhas e responda:

a -) O O O O O O O O O O

O O O O O O O O O O =...........

O O O O O

Tabela 5 - Freqüência de respostas dos 4 grupos relativa a forma de circular figuras de acordo com as ordens dos números dos itens a) e b) da questão 5

Categorias / Grupos	Grupo 1 %	Grupo 2 %	Grupo 3 %	Grupo 4 %
1 – Representação da dezena e centena pelo agrupamento	80	75	35	08
2 – Representação da dezena e centena pela unidade	-	10	62.5	64
3 – Outros agrupamentos	-	15	2.5	05
4 – Associa quantidade de figuras a do algarismos do número	05	-	-	05
5 – Representação dos algarismos conforme o seu caráter ordinal	05	-	-	10
7 – Respostas aleatórias	05	-	-	-
8 – Não responderam	05	-	-	08
Total	100	100	100	100

Os resultados da tabela acima mostram que a representação da dezena e centena pelo agrupamento foi bastante alta nos grupos 1 e 2 (80% e 75 %).

No grupo 3 (35%) e sobretudo no grupo 4 (8%) esse tipo de resposta foi bem menos freqüente. Uma das maneiras usadas pelos alunos, relativa a esse tipo de resposta para o número 25 pode ser exemplificada como:

a -) O O O O O O O O O O 20

O O O O O O O O O O

O O O O O 5

Nos grupos 3 e 4 as maiores freqüências (62,5 e 64%) de respostas foram as que representaram a dezena ou centena pela unidade.

No grupo 2 também compareceu 10% desse tipo de representação. Um exemplo pode ser:

2 5
o o o o o o o o o o

o o o o o o o o o o
o o o o o

Houve ainda nos grupos 1 e 4, embora com apenas 5% de respostas em cada um, representações que associavam a quantidade de figuras à quantidade de algarismos do número, como:

o o o o o o o o o
o o o o o o o o o o o
o o o o o

No grupo 1 (5%) e no 4 (10%) houve crianças que representavam os algarismos do número conforme seu caráter ordinal.

2º 5º
o o o o o o o o o o
o o o o o o o o o o
o o o o o

Aspecto III – Algoritmo da adição e subtração

Para verificar a compreensão numérica em situações de operações solicitou-se à criança para resolver operações de adição e subtração com reserva. Em seguida solicitava-se que ela explicasse o significado do transporte (" vai 1 ") realizado.

Questão 6 - Efetue:

a) 347 b) 427 c) 507

+148 +273 +303

Tabela 6- Freqüência de respostas dos 4 grupos referente ao uso do algoritmo da adição dos itens a) b) e c) na questão 6.

Categorias / Grupos	Grupo 1 %	Grupo 2 %	Grupo 3 %	Grupo 4 %
1 – Somaram corretamente	100	88.3	90	86
2 – Erros de cálculos	-	11.7	8.3	05
3 – Erro no transporte	-	-	1.7	05
4 – Soma sem transporte	-	-	-	02
5 – Resposta aleatória	-	-	-	02
Total	100	100	100	100

Tabela 7- Freqüência de respostas dos 4 grupos referente ao valor do transporte nas operações dos itens a) b) e c) da questão 7.

Categorias / Grupos	Grupo 1 %	Grupo 2 %	Grupo 3 %	Grupo 4 %
1 – Identificação do valor posicional da dezena	57	43.3	10	-
2 – Identificação do valor posicional da dezena e centena	10	11.7	-	-
3 – Redução da centena para dezena	-	10	05	-
4 – Redução ao valor absoluto	20	20	85	100
5 – Não responderam	10	15	-	-
Total	100	100	100	100

No primeiro, verifica-se que mesmo havendo necessidade de usar transporte nas operações os percentuais de acertos foram acima de 86 % para os 4 grupos. Destaca-se que 100% do grupo 1 realizou as operações corretamente. Houve erros de cálculo e de transporte nos demais embora com percentuais que somados variam de 10% a 11,6%. Poder-se-ia dizer que as crianças entenderam a adição e composição numérica subjacente

No entanto, quando questionadas sobre o valor do transporte realizado, os resultados mudam significativamente. Nos grupos 1 e 2 a identificação do valor posicional da dezena (vai 1 = 10) foi feita por 57% e 43 % respectivamente. Já os que identificaram o "vai 1" da dezena e da centena foram apenas 10% e 11,7%. Ainda nesses dois grupos, 20% das respostas interpretavam o "vai 1" de forma absoluta (1 = 1).

No grupo 3, no entanto, a grande maioria (85%) interpretou o "vai 1" de forma absoluta e 10% atribuíram ao 1 o valor 10. Já no grupo 4, 100% das respostas interpretaram o "vai 1 "de forma absoluta.

Aspecto IV – Domínio do código numérico

Nesse aspecto algumas questões envolvendo comparação entre números escritos, papel do zero e ditado de números, foram colocados. Na questão 8 solicitou-se a comparação entre pares de números com quantidade diferentes de algarismos como 105 e 1005 e com a mesma quantidade como: 2050 e 2005; 699 e 700; 7105 e 7099; 40800 e 40080; 8010 e 8009; 4909 e 4089; 6012 e 5800.

Tabela 8 - Freqüência de respostas dos 4 grupos referente à comparação (< , >) entre os itens da questão 8.

Categorias / Grupos	Grupo 1 %	Grupo 2 %	Grupo 3 %	Grupo 4 %
1 – Sequência numérica	16.2	51.1	65	5.6
2 – Comparação conforme a quantidade de algarismos	1.8	6.2	5	7.5
3 – Critério baseado ao valor do algarismo à esquerda	14.5	11.2	8	75
4 – Decomposição do número em totalidades significativas	53	11.2	15	-
5 – Comparação conforme a quantidade de zeros	7	0.7	0.6	05
6 – Comparação de algarismos na mesma posição isoladamente	7.5	19.5	6.4	-
7 – Critério baseado no valor do algarismo da direita	-	-	-	1.9
8 – Respostas aleatórias	-		-	5
Total	100	100	100	100

Vários critérios de comparação foram usados. É preciso ressaltar que a comparação conforme a quantidade de algarismos só foi usada na comparação de 105 e 1005. ("*1005 é maior porque tem 4 números*"). No entanto, outros critérios como a da seqüência numérica ("*1005 vem depois do 105*") e a quantidade de zeros também foram usados para justificar que 1005 é maior que 105.

Nos demais pares de números com a mesma quantidade de algarismos todos os critérios apontados na tabela acima foram usados, com exceção do referente à quantidade de algarismos dos números. No grupo 1 o critério mais freqüente (53%) foi o da decomposição do número em totalidades significativas, por exemplo " *2050 é maior que 2005 porque 50 é maior que 5*" , seguido do critério com base no algarismo da esquerda (14,5%). Nesse caso as crianças usavam comparar o primeiro algarismo da esquerda nos dois números (por ex: 6012 e 5800) por serem diferentes; quando o primeiro algarismo dos dois números era igual comparavam o segundo dos dois (ex: para 7105 e 7099 diziam "*esse 7 do 7105 é igual a esse do 7099*" em seguida passavam para o 2º número e comparavam "*1 é maior que 0*").

No grupo 2, predominou o critério da seqüência numérica (51,2%) com respostas do tipo "*é maior porque vem depois ou porque ela está na frente*".

No grupo 3, o critério mais freqüente foi também o da seqüência numérica com 65 % seguido pela decomposição do número em totalidades significativas (15%).

No grupo 4, a freqüência maior (75%) foi para o critério baseado no valor do algarismo da esquerda. Nas demais categorias compareceram percentuais bem menores.

Na questão 9, em que se pedia para comparar 100 e 10 a variação de critérios foi menor.

O critério multiplicativo foi utilizado sobretudo pelos grupos 2 (60%), grupo 1 (45%) e pelo grupo 3 (35%). As respostas eram do tipo 100 = 10 x 10 ou " *cem é maior porque é centena*".

O segundo critério mais citado foi baseado na comparação do número de zeros cujas freqüências mais altas estão no grupo 3 (45%) e no grupo 4 (40%). As respostas com base na comparação da quantidade de algarismos foi mais usada pelo grupo 4 (60%).

Tabela 09 - Freqüência de respostas dos 4 grupos referente à comparação entre 100 e 10 na questão 9.

Categorias / Grupos	Grupo 1 %	Grupo 2 %	Grupo 3 %	Grupo 4 %
1 – Critério multiplicativo(100 = 10×10 ou centena × dezena)	45	60	35	-
2 – Sequência numérica	20	10	10	-
3 – Comparação conforme a quantidade de algarismos	10	10	10	60
4 – Comparação conforme a quantidade de zeros	25	15	45	40
5 – Critério referente a quantidade de unidades	-	05	-	-
Total	100	100	100	100

Interessante notar, como se pode ver na tabela a seguir que, apesar dos critérios usados para comparar os números 10 e 100, os alunos na maioria dos grupos (2, 3 e 4) não sabiam explicar qual o papel dos zeros na escrita desses números, conforme mostra os percentuais de 85%, 90% e 60% respectivamente. Apenas o grupo 1 apresentou justificativas para a questão. No grupo 4, deve-se ressaltar que 35% afirmavam que o valor do zero é dado pela sua posição.

Tabela 10 - Freqüência de respostas dos 4 grupos referente ao papel do zero na escrita numérica na questão 10.

Categorias / Grupos	Grupo 1 %	Grupo 2 %	Grupo 3 %	Grupo 4 %
1 – Dois zeros transformam o número em centena	65	10	05	-
2 – Valor do zero dado pela sua posição	20	05	05	35
3 – Maior quantidade de zeros a direita maior é o numero	15	-	-	05
4 – Não sabiam	-	85	90	60
Total	100	100	100	100

Ainda no aspecto de domínio do código numérico, foi solicitado que as crianças escrevessem os números ditados: 2700, 1040, 4080, 9009, 1001 e 1111. Os grupos 1 e 2 acertaram praticamente todos os números (95 a 100 %). No grupo 3 houve 78% de acertos e no grupo 4 apenas 69%. Os erros mais comuns foram relacionados à transcrição total ou parcial do número falado para o escrito: Exemplos:

2700 *= 200700; 21000e700; 2710;* ***1040*** *= 100040; 10040; 1400; 1.40;*

9009 *= 9.000.9, 9.09, 9.9;* ***1997*** *= 1.000.90.97; 10097; 1009097;*

C – Discussão dos resultados

As respostas dos alunos às questões do <u>aspecto I</u> – <u>Composição e decomposição numérica</u> revelaram:

- composição e domínio operatório do número comparece com maior freqüência nos grupos 1 e 2 (ex: composição operatória do número e divisão por 10). Nesses dois grupos também, a maioria dos alunos identifica a ordem dos números, o valor das dezenas e a quantidade de dezenas dos números. Nos grupos 3 e 4 o reconhecimento das ordens dos números é pontual (nomear casa das unidades, dezenas e centenas) com domínio precário do caráter multiplicativo das mesmas;
- uso de procedimentos convencionais, embora sem significado operatório(ordem convencional de leitura do número, identificação das dezenas do número com o valor expresso na casa da dezena etc.), sobretudo nos grupos 3 e 4;
- dificuldade de contextualizar a demanda da questão ou leitura restrita dos números e expressões; ex: somar os dígitos em 6 dezenas + 9 unidades ou reduzir dezenas e centenas a unidades (grupo 4);
- inadequação de generalizações realizadas a partir de certo conjunto de situações; ex: eliminação do último algarismo se ele for zero, válido para números terminados em zero, mas aplicados a 205, 856, e 307 nos quais eliminam o último algarismo(grupos 3 e 4 , e alguns casos no grupo 2).
- dificuldade em trabalhar com o número nas suas diferentes dimensões : relativa e absoluta, em unidades ou decomposto em dezenas, centenas etc. (grupos 3 e 4).

No aspecto II - Relação entre representação numérica e pictórica - observou-se, nas respostas dos alunos, o predomínio das seguintes características :

- facilidade em agrupar de 10 em 10 na contagem nos grupos 1, 2 e 3, mas não no grupo 4. Nos grupos 1 e 2, metade das respostas utiliza-se da relação de produto (linha x coluna) na contagem;
- reconhecimento das dezenas e centenas pela maior parte dos alunos dos grupos 1 e 2, tanto na representação pictórica quanto numérica, transformando uma em outra corretamente, demonstrando compreender o caráter multiplicativo da posição do número; portanto, as relações entre o agrupamento e o valor posicional do número como dezena ou centena é feito na maior parte pelo grupo 1 e 2; para o 3 e 4 essa relação é feita de forma absoluta (1dezena = 1 bolinha);
- a adição solicitada com base na representação pictórica mostrou-se difícil para os quatro grupos, sobretudo para o 3 e o 4, embora a mesma operação tenha sido realizada com acerto no caso da representação numérica.

No aspecto III – Algoritmo da adição e da subtração, os resultados mostraram que:

- todos os 4 grupos tiveram facilidade nas operações com transporte "vai 1");
- o significado do transporte é maior para os grupos 1 e 2 (quando se trata do transporte da dezena) e quase insignificante para o 3 e 4;
- nas operações com lacunas, o uso da operação inversa é feito pelos alunos dos grupos 1 e 2 ; nos grupos 3 e 4 a maioria utiliza-se da complementação por etapas.

No aspecto IV – Domínio do código numérico verificou-se que:

- os critérios para comparar números escritos são muito variáveis (decomposição do número em totalidades significativas, seqüência numérica, ou comparação com base no algarismo da esquerda). Nos grupos 1 e 2, embora o acerto seja de 100%, o critério para comparação de números com a mesma quantidade de algarismos é diferente: no grupo 1 a maioria recorre à decomposição do algarismo em totalidades significativas, enquanto no grupo 2, utiliza-se o da seqüência numérica , assim como nos grupos 3 e 4.
- em relação ao papel do zero (comparação entre 10 e 100) os alunos do grupo 1 relacionam o zero à dezena e centena, enquanto que nos demais grupos os alunos não sabem responder;
- na leitura e escrita dos números o grupo 2 mostra domínio completo da tarefa, o grupo 2 apresenta algumas dificuldades apenas na leitura (casos de zero intercalado). Os grupos 3 e 4 demonstram claramente a oralização da escrita (ex; 1040=100040).

Os dados da pesquisa indicam que é preciso analisar como as representações construídas pelas crianças estão informando a conceituação do número.

A criança constrói diferentes formas de representação a partir das situações vivenciadas por ela, na sala de aula e ou fora dela. No geral a proposta de trabalho com numeração na sala de aula se faz com base num conjunto de tarefas (agrupar e reagrupar objetos, codificar, decodificar) que visam a compreensão das regras dos agrupamentos e sua relação com o valor posicional do número. Por outro lado, o contato, que a criança realiza no cotidiano, fora da escola, com números suscita outros tipos de atividades como: comparação de números com base na sua magnitude (muito e pouco, grandes e pequenos, menos algarismos, muitos algarismos), na decomposição do número em totalidades significativas tomando como base o valor do algarismo da esquerda. Isso evidencia a reciprocidade de influências entre a numeração oral e escrita, como mostram Lerner & Sadovsky (1996).

O desempenho das crianças em tarefas sobre numeração parece apontar que as diferentes representações construídas pelas crianças, a partir das várias atividades vivenciadas com números, constituem, como já apontou Perret (1987) sistemas independentes.

Diferentes representações do sistema de numeração podem ter sido desenvolvidas pela criança tais como: descrição verbal do número, desenho de coleções, escrita dos números, material didático ou artefatos (ábaco, material multibase, jogos) e quadros ou tabelas (quadro valor do lugar). No entanto, a tradução de um modo de representação para outro não parece se dar automaticamente, mesmo quando se desenvolvem simultaneamente. Tais significados trabalhados no cotidiano precisam ser redescritos, ou seja, socializados por meio da aprendizagem de signos convencionais (Nunes, 1997).

Esse fato evidenciado pelos resultados do trabalho, pode ser analisados com base na teoria da representação proposta por Vergnaud (1985) quando afirma que, para compreender o funcionamento da representação, é indispensável distinguir entre o plano dos significantes (linguagem material, gestos, desenhos, esquemas, tabelas, álgebra...) e os diferentes componentes do significado (invariantes, inferências, regras de ação, predições).

Para passar de um modo de representação a outro há vários conhecimentos em jogo, os quais nem sempre são representados pelos elementos já descritos. Em outras palavras, passa-se de um significante a outro por significados (e não pelo significado). Por outro lado, para que esses conhecimentos sejam operacionais, quando da passagem de um modo de representação a outro, é preciso que haja reconhecimento de invariantes operatórios de diferentes ordens que se encontram ao nível do significado. Por exemplo. O " vai um" para ser compreendido supõe que a criança tenha feito a correspondência entre o 1 como representante da unidade (valor absoluto) e que o valor da unidade é relativo ao agrupamento de quantidades que ele representa (1 dezena, 1 centena...).

Nas articulações entre as representações e o real, as correspondências entre o significado e os significantes não são necessariamente biunívocas (conceito de homomorfismo, Vergnaud, 1993). Em outras palavras, os significantes podem designar invariantes, acompanhar inferências ou predições, explicitar regras de ação, mas nem todo trabalho que se realiza ao nível do significado é acompanhado de manipulações simbólicas socializadas.

A aprendizagem da numeração escrita e do valor posicional que ela implica, supõe relações complexas internas aos sistemas de significantes e de significados e dos sistemas entre si, relações essas calcadas nos conhecimentos matemáticos concernentes. Portanto para resolver problemas de matemática é necessário conhecer os sistemas matemáticos de representação que utilizamos como ferramentas de pensamento. Por certo, o significado desses sistemas se estabelecem a partir das situações aos quais se aplicam bem, como da lógica em invariantes extraídos dessas situações (Nunes & Bryant, 1997).

Os erros e hesitações das crianças podem ser analisados levando-se em conta que, um significante exprime somente uma parte do significado e que um significado não se exprime também facilmente e da mesma forma por todos os significantes.

Do ponto de vista didático, rata-se de descobrir como proceder para que os sistemas se integrem.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BEDNARZ, N., JANVIER, B.O. The understanding of numeration in primary school *Education Studies in Mathematics*, v.13, p.33-57, 1982.

BEDNARZ, N., JANVIER, B.O. Un étude des conceptions inapproprieés par les efants dans l'apprentissage de la numérotation au primaire. *European Journal of Psychology of Education*, V.1, n.2, p.17-23, 1986.

BRISSIAUD, R. *Comment les enfants apprennent à calculer.* Paris: Retz, 1989.

BRUN, J., GIOSSI, J. M., HENRIQUÉS, A. A propos de l'écriture décimale. *Math-Ecole*, v.23, n.112, p.2-11, 1984.

FUSON, K.C., KWON, Y. Systèmes de mots-nombres et autres outils culturels: effets sur les premiers calculs d'enfant. In: Bideau, J., Meljac, C., Fischer, J. P. (Eds) *Les Chemins du nombre.* Lille: - PUL, 1991.

KAMII, C., DECLARK, G. Reinventando a aritmética: implicação na teoria de Piaget. Campinas: Papirus, 1985/1992.

KAMII, C., JOSEPH, L. Aritmética; novas perspectivas. Implicação na teoria de Piaget. Campinas: Papirus, 1989/1993.

LERNER, D., SADOVSKY, P. O sistema de numeração: um problema didático. In: Parra, C., Saiz, I. (Orgs) *Didática da matemática*: reflexões psicopedagógicas. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

NUNES, T. A aprendizagem matemática e a socialização da inteligência. In: Barbara Freitag (Org). *Piaget: 100 anos.* São Paulo. Cortez, 1997.

NUNES, T., BRYANT, P. *Crianças fazendo matemática*, Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

PIAGET, J., SZEMINKA, A. *A Gênese do número na criança.* Rio de Janeiro: Zahar, 1970.

PERRET, J. F. *Comprendre l'écriture des nombres*, Berne: Peter Lang, 1985.

PERRET, J. F. Quelle psychologie pour quel apprentissage des mathématiques? *European Journal of Psychology of Education*, v.2, p.247-60, 1987.

SINCLAIR, A., SINCLAIR, H. Preescchool children's interpretation of written numbers. *Human Leaming*, v.3, p.173-84, 1984.

SINCLAIR, A., TIÈCHE CHRISTINAT, C., GARIN, A. Constructing and understanding of place value in numerical notation. *European Journal of Psychology of Education,* V.7, n.3, p.191-207, 1992.

SINCLAIR, A., TIÈCHE CHRISTINAT, C., GARIN, A. Comment l'enfant interprète -t-il les nombres écrits à plusieurs chiffres? In: Artique, M. et al. *Vingt ans de didactique des mathématiques en France:* hommage à G. Brousseau et G. Vergnaud. Paris: La Pensé Sauvage, 1994.

TEIXEIRA, L. R. M, FLEURY, I., YESSAD, Y. A aprendizagem incial do valor posicional dos números In: Novaes, M. H., Brito, M.R.F. (Org.) *Psicologia na educação: articulação entre* *pesquisa, formação e prática pedagógica.* Rio de Janeiro: ANPEPP, 1996.

VERGNAUD, G. Concepts et schèmes dans une théorie operatoire de la représentation *Psychologie Francaise,* n.30-314, p.245-52, 1985.

VERGNAUD, G. Signifiants et signifiés dans une approche psychologique de la représentation. *Les Sciences de l'Education*, v.1-3, p.9-16, 1993.