

ENSINAR E APRENDER FRAÇÕES NA ESCOLA: RETOMADAS ATEMPORAIS

Raquel Gomes de OLIVEIRA*

RESUMO: Neste artigo, relata-se uma pesquisa sobre a aprendizagem de frações na 5ª série do ensino fundamental comparando-se dois métodos diferentes de ensino. Os resultados encontrados nesta pesquisa e em outros trabalhos levam a pensar e agir em níveis mais otimizados em relação ao ensino-aprendizagem escolar do conceito de frações. A posição de professor reflexivo parece contribuir para isto.

PALAVRAS-CHAVE: Frações; Ensino-Aprendizagem Escolar; Professor Reflexivo

**TEACHING AND LEARNING FRACTIONS IN THE SCHOOL:
RESULTS AND NO TEMPORARY RETAKINGS.**

ABSTRACT: This paper reports a research about the learning of fractions on the fifth grade of the fundamental teaching comparing two different methods of teaching. The results found in this research and in other works take to think and to act in levels more optimized in relation to the school teaching learning of the concept of fractions. Reflective teacher's position seems to contribute for this.

KEY-WORDS: Fractions; School Teaching-Learning; Reflective Teacher

INTRODUÇÃO

Questionamentos sobre a origem e a obtenção do conhecimento pela espécie humana provam, conforme o acervo literário existente, que não somente resistem ao tempo, como fazem parte de um tempo.

Especificamente sobre o conceito de frações, desde a década de 30 que psicólogos, professores e educadores matemáticos buscam uma fundamentação teórica do ensino-aprendizagem das mesmas em situações escolares. O que se pretendia e perpassa pelo tempo é tornar cada vez mais evidente os processos e procedimentos cognitivos responsáveis pela transformação das primeiras noções de $1/2$, $1/3$ e $1/4$ ¹ até um trabalho com as frações como um campo conceitual: "... *um conjunto de situações cujo domínio requer uma variedade de conceitos, procedimentos e representações simbólicas firmemente unidos uns aos outros*". (VERGNAUD, 1982, p.12)

O caminho entre as primeiras noções de frações, construídas a partir da necessidade de medir terras e também de expressar o tamanho de um segmento em função de outro (Caraça, 1951; Boyer, 1974; Lima, 1983), até à sistematização destas enquanto um Número Racional, tem sido apontado por muitos pesquisadores como nada sucinto:

"... o último e mais importante passo foi tomado após muitos séculos de esforços individuais acumulados: o símbolo m/n estava livre de sua associação concreta com a medida de quantidades mensuráveis e passou a ser considerado um número abstrato, uma entidade independente tendo "status" igual ao Número Natural". COURANT e ROBBIM (apud DAVYDOV e TSVETKOVICH, 1991, p. 97)

E parece que por uma retomada atávica, o processo de algebrização de conceitos matemáticos juntamente com o uso preciso da linguagem formal, tão difundidos e objetivados pelo movimento da Matemática moderna, entre as décadas de 60 e 80, reforçaram a aprendizagem de frações na escola através de esforços individuais.

Nos anos 80 e 90 são produzidas pesquisas que investigaram a construção do conceito de frações em situação escolar. A partir da emergência do construtivismo como tendência pedagógica, o erro, cometido pelo aprendiz, passa a não ser visto como o contrário do acerto, mas sim como uma manifestação da lógica e dos procedimentos utilizados pela criança em uma dada situação².

A PESQUISA

O estudo³ relatado neste artigo, além dos resultados das pesquisas sobre ensino-aprendizagem de frações, encontrou justificativa para ser realizado em minha prática e na de meus colegas

* Doutoranda do Programa de Pós-Graduação da Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo. Professora de Matemática na Rede Pública de Ensino do Estado de São Paulo.

como professores do ensino fundamental, porque sabemos que mesmo trabalhando com frações desde as séries iniciais, algumas crianças cometem “erros” reveladores de que suas aprendizagens sobre frações, no que se refere à articulação dos elementos que formam as mesmas, foi inconsistente. Comparar os dois grupos de alunos configurou-se como objetivo geral do estudo. De forma específica, os objetivos foram:

- Descrever e analisar os desempenhos dos alunos quanto ao conceito de fração voltado para os subconstrutos de relação parte-todo e operador, tanto em grandezas contínuas como discretas;
- Descrever a associação entre representação geométrica e linguagem Matemática;
- Descrever e analisar a questão de equivalência e ordem entre as frações.

O desempenho de alunos da 5ª série do ensino fundamental foi avaliado antes e depois de trabalharem com o conceito de frações na escola. Uma das classes teve o trabalho escolar com frações sob o modo ou metodologia considerada convencional: apresentação e definição do conceito pelo professor da classe, seqüência de trabalho apresentada pelo livro didático, exercícios computacionais sem relação a situações reais, participação mínima dos alunos no trabalho realizado em classe. A outra 5ª série teve o trabalho escolar com frações sob metodologia que pressupunha um trabalho de articulação entre elementos que cognitivamente oportunizariam a construção operatória do conceito. Esta metodologia baseou-se na proposta de ensino de Maranhão e Imenes, intitulada “Jogos com Frações” (1985,1986), assim tendo como referências os elementos que, para Piaget (1948), devem ser articulados para que a criança construa operatorialmente o conceito de fração e as principais dificuldades, dadas pelos resultados de pesquisas, quanto à construção do conceito, sua associação à representação simbólica e seu uso em diferentes situações.

A escolha de atividades baseadas nos “Jogos com Frações” utilizados por Maranhão e Imenes (1985/1986) foi feita tendo em vista que são atividades baseadas em princípios construtivistas sendo voltadas para a compreensão operatória dos conceitos. Tais princípios construtivistas podem ser explicitados da seguinte forma:

1º) Toda aprendizagem deve ser um processo ativo, porque o conhecimento pressupõe uma estruturação.

2º) A estruturação do conhecimento pressupõe não só uma cooperação da criança com adultos, mas também de crianças

cooperando com outras crianças. É na interação com outras crianças que surgem as oportunidades do confronto de opiniões que conseqüentemente levam a uma conscientização de opiniões diferentes, pertencentes a outras crianças. O fato dessa interação acontecer com crianças de mesma idade, ajuda muitas delas a ultrapassar a fase do egocentrismo.

3º) A estruturação do conhecimento tem como preferência ou prioridade ações intelectuais suportadas bem mais na experiência imediata que na linguagem. Não desconsiderando a importância da linguagem nesta estruturação, Piaget (1975) afirma que a criança é muito mais capaz de fazer e compreender ou, ter consciência daquilo que fez, na ação, que expressar verbalmente e de forma também consciente os princípios que promoveram tal ação. Assim, toda pedagogia de base construtivista deve considerar a importância da linguagem no desenvolvimento da inteligência. Entretanto, o desenvolvimento da linguagem não deve ser colocado como principal objetivo a ser alcançado, pois isso levaria, necessariamente, a uma perda de processos realmente operatórios.

Clements e Battista (1990) apontam de forma bastante resumida alguns princípios construtivistas que são notoriamente contra às idéias veiculadas nas teorias e práticas vigentes as quais muitas vezes concebem o ensino como uma mera transmissão e resumem a aprendizagem a uma absorção ou assimilação de idéias, conceitos, estruturas... previamente estabelecidos. Esses autores ressaltam que:

- O conhecimento é ativamente criado ou inventado pelas crianças e não pode ser recebido passivamente do meio em que esta se encontra. Deste modo, por mais que se queira ou se tente, o conceito de número, por exemplo, não pode ser transmitido, mas sim construído pela criança através das relações com os objetos e da coordenação de suas ações;

- O conhecimento matemático é criado através das ações mentais e físicas. A reflexão pressupõe a integração do novo conhecimento em estruturas anteriores;

- As idéias e verdades Matemáticas são estabelecidas através da cooperação entre os membros de uma mesma cultura. Assim, um ambiente construtivista é visto como uma cultura na qual os estudantes estão inseridos e envolvidos não só em descobertas e invenções, mas em uma relação social que envolve explicação, negociação, divisão e avaliação;

Um segundo aspecto que foi considerado na escolha dessas atividades, deve-se ao fato de que estas procuram trabalhar as

dificuldades ou obstáculos mais comuns à aprendizagem de frações. As dificuldades mais comuns são a ausência de domínio da relação parte-todo e parte-parte (equivalência); a incapacidade de trabalhar com divisões em partes iguais; a não incorporação de frações como operadores; inexistência de simultaneidade entre o trabalho no contexto discreto e no contexto contínuo; ausência de associação entre representação concreta e linguagem Matemática.

O terceiro aspecto considera que estas atividades procuram levar em conta alguns dos elementos que de acordo com Piaget, Inhelder e Szeminska (1948) devem ser articulados para que possa existir um domínio operatório do conceito de frações.

Os vários problemas sobre aprendizagem de fração apontados pelos pesquisadores da área têm levado à concepção de um método para o ensino de fração, cuja fundamentação seja apoiada em princípios construtivistas, com o objetivo de levar a uma aprendizagem significativa ou voltada para a compreensão operatória. Neste sentido, as atividades de ensino de fração deveriam ser baseadas em alguns elementos, tais como:

1- Colocação de problemas reais e que sejam significativos para as crianças: Parece razoável partir desta sugestão em uma situação de ensino, porque o problema ou a situação colocada precisa ser assimilado pela criança para que esta possa iniciar sua interação com o mesmo. Caso contrário, corre-se o risco de que tais atividades não sejam bem aproveitadas porque nem mesmo foram motivadoras ou compreendidas pelas crianças;

2- Participação da criança no desenvolvimento do conceito: Em toda atividade de caráter ativo ou operatório, a participação da criança na construção de seu conhecimento é de fundamental importância, porque só mesmo tendo esta participação, a criança poderá reinventar, verbalizar, refletir sobre as próprias ações, tomar consciência destas ações e reorganizá-las. Dito de outro modo, significa que é possível e desejável levar a criança a tomar contato com o conhecimento que possui e com aquele que está sendo construído.

3- Possibilidade de descoberta de fatos e processos através do uso de material diferenciado e de situações criadas: Esta possibilidade vai ao encontro de idéias que defendem o uso de material concreto ou manipulativo na sala de aula. Apesar de Piaget (1978) ter deixado claro que a estruturação lógico-Matemática e não o próprio material concreto é a base de toda conceituação, o modo pelo qual esse material é utilizado pode proporcionar a construção ou reconstrução de referenciais mentais que ajudam a criança a trabalhar com os

conceitos de modo mais significativo para elas. Em um dado momento do desenvolvimento intelectual a interação com o material, juntamente com a coordenação desta interação, acaba por gerar idéias que simples definições e apresentações não proporcionam.

4- Seqüência para o desenvolvimento do conceito: Em algumas de suas pesquisas, Piaget (1960) já havia apontado que, particularmente no caso das frações, existe uma ordem na construção das mesmas. O esquema de comparação e encaixe das partes em relação ao todo, que garante as primeiras noções de fração, é operatório, primeiramente em situações de dicotomias ou divisões em metades. Posteriormente, este esquema é generalizado para situações de quartos e oitavos (porque na verdade são dicotomias sucessivas). Por último, é transferido para situações envolvendo terços, quintos, sextos... A divisão em terços é considerada como de maior dificuldade que a divisão em meios, pelo fato de a divisão por três partes necessitar que se antecipe e conserve na mente as relações da parte com o todo e da parte com outras partes, até que duas divisões separadas tenham sido feitas. Por outro lado, a divisão por dois requer somente a comparação de duas partes.

5- Trabalho em grupo: Como já foi visto nas justificativas do uso das atividades baseadas nos "Jogos com Frações", os princípios pedagógicos referenciados no construtivismo piagetiano apontam para a importância das interações entre crianças: *"Pequenos grupos fornecem um fórum no qual os estudantes questionam, discutem idéias, cometem erros, aprendem a ouvir idéias que não as suas, oferecem críticas construtivas e resumem suas descobertas escrevendo sobre as mesmas"* (NCTM,1989, p.79) (apud DAVIDSON, 1990).

6- Possibilidade de erros e correções dos mesmos: Em uma metodologia baseada em princípios ativos ou operatórios, os erros não têm mais um caráter de quantificação de conhecimento, mas sim o de revelador de procedimentos que são corretos em um determinado contexto e não em outro. Os erros acabam, nesta concepção, sendo os delineadores de um caminho onde se elabora o pensar sobre os mesmos, para ajudar nas atividades posteriores. Portanto, a ênfase nos erros e a punição dos mesmos, seja com notas ou com outra forma qualquer, não cabem em uma metodologia de ensino desse tipo.

7- Respeito ao tempo necessário para a introdução do conceito na forma simbólica: É certo, que em uma dada cultura é necessário que haja consenso entre os membros da mesma, quanto à utilização e os significados de certos símbolos. Assim, as crianças em idade escolar necessitam aprender a representar as frações. No entanto, o

abandono precoce de materiais e situações que estão servindo de recurso às crianças (porque é certo que estão trabalhando bem próximas aos significados das frações, assim como à idéia de ordem e equivalência entre as mesmas) com a finalidade de ensinar a terminologia Matemática, parece acarretar muito mais atrasos que progressos. Isso ocorre porque a criança, ao mesmo tempo em que constrói a conceituação de fração, precisa adquirir o significado dos símbolos que até o momento, no caso das frações, representavam os números naturais.

8- Explicitação do pensamento da ação: Quando a criança verbaliza as operações mentais ou explica verbalmente seus procedimentos consegue orientar o professor sobre suas representações. Quando o professor conhece melhor estas representações, poderá influir diretamente sobre as mesmas, sendo estas corretas ou não, dentro do contexto em que se está trabalhando. A verbalização, do mesmo modo que os erros, acaba por delinear os procedimentos necessários para a efetivação do processo de ensino-aprendizagem.

Uma outra questão que mereceu ser considerada no trabalho, refere-se à justificativa das atividades com meios, terços, quartos, quintos, sextos, oitavos, décimos e doze-avos. Além das considerações traçadas anteriormente existe uma outra justificativa que se apóia no uso e na utilidade das frações.

Porto (1963) explica que no passado era comum expor crianças a um árduo trabalho com frações de denominadores acima de 100, “o que as obrigava a longas operações que redundavam sempre em fontes de erro”. Esta autora levanta importantes questões na busca que justificaria o tempo e o esforço gastos pelas crianças.

Wilson e Dalrymple (1937) fizeram um relatório sobre estudos anteriores que já buscavam destacar as frações mais usadas e aquelas consideradas “inúteis”. Assim, as mudanças ocorridas na escola elementar poderiam ser explicadas pelo fato de que as complexidades da vida moderna resultam em variadas solicitações de conhecimentos diferentes dos ensinados na escola elementar. Portanto, o tempo gasto em coisas inúteis não se justificaria. Além dessa, a aceitação da concepção segundo a qual a experiência dá sentido e permanência ao aprendido, leva a uma melhor seleção do conhecimento adquirido pela criança e por último, o fato de que a doutrina da disciplina mental é uma doutrina falsa e em qualquer caso, uma melhor atitude e integração acontecem quando a criança atribui ao que faz.

Em 1933, Breslich (apud PORTO, 1963) tratando da utilidade das frações, mostrou que 99% das frações usadas na vida tinham denominadores 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12 e 16. Ainda de acordo com esse estudo, 90% das frações usadas tinham denominadores menores que 10. Porto (1963) afirma que, as pesquisas mostram as frações como parte da unidade de medida considerada e estas “são realmente as frações mais comuns na vida diária”. Além disso, esse autor considera que as pesquisas citadas por Brelisch foram feitas nos EUA, onde o sistema de medidas não é o decimal, por isso as frações ordinárias são comumente usadas. Já no Brasil, o sistema de medidas é o decimal, as frações ordinárias são substituídas pelas decimais. Isso torna o uso das frações $\frac{a}{b}$, $b \neq 0$ mais restrito ainda, particularmente no que se refere ao uso social dessas frações.

METODOLOGIA DA PESQUISA

A prova aplicada às duas 5^a séries (pré e pós-teste) era constituída de dezessete questões que tratavam do conceito de fração nas situações de equivalência, operador, representação concreta e linguagem Matemática, comparação entre frações e de denominação verbal. As questões buscavam reeditar, nas mais diversas situações, as principais dificuldades já encontradas em outras pesquisas que buscaram estudar a formação escolar do conceito de fração pelas crianças. (GALLOWAY, 1976; PAYNE, 1976; BEZUK, 1988; HARRISON, 1989; POTHIER e SAWADA, 1990; PROEM, 1989; OLIVEIRA, 1992).

Os resultados da análise estatística mostraram que houve diferenças significativas entre os desempenhos das crianças que trabalharam sob a metodologia diferenciada e aquelas que trabalharam sob a metodologia convencional. Entretanto, no grupo experimental algumas dificuldades continuaram presentes, para algumas crianças, no domínio do conceito:

- dificuldade de ampliar o conceito de fração como operador passando do contexto discreto para o contexto contínuo:

Questão nº 4: Arthur perdeu $\frac{1}{3}$ de 15 bolinhas de gude.

Pode-se dizer que Arthur perdeu:

() 12 bolinhas.

- 3 bolinhas.
- 5 bolinhas.
- 14 bolinhas.

- dificuldade para construir uma fração equivalente à outra anteriormente dada;

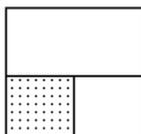
Questão nº 8: A fração $\frac{2}{5}$ é equivalente a:

- $\frac{8}{20}$
- $\frac{4}{9}$
- $\frac{3}{6}$
- não existe fração equivalente a $\frac{2}{5}$

- dificuldade para reconhecer qual fração representa a parte pintada de uma figura em que nem todas as partes estão divididas explicitamente;

Questão nº 15: A parte pintada na figura abaixo representa a fração:

- 1
- $\frac{1}{4}$
- $\frac{1}{2}$
- $\frac{2}{1}$



- dificuldade de verbalização a respeito do significado do conceito e de estabelecer comparação entre diferentes exemplos do mesmo;

Questão nº 1: Assinale a alternativa que melhor define uma fração:

- Uma quantidade tomada de um objeto que foi dividido ou separado em partes.
- Um número sobre o outro.
- Uma quantidade tomada de um objeto que foi dividido ou separado em partes iguais.
- Um pedaço com qualquer tamanho que foi retirado do objeto.

Questão nº 2: Assinale a alternativa que melhor define numerador e denominador respectivamente:

- O número de partes iguais em que o inteiro foi dividido e o número de partes que foram tomadas.
- O número de cima e o número de baixo.
- O número de partes tomadas e o número de partes iguais em que o inteiro foi dividido.
- O número de inteiros e o número de partes tomadas.

As dificuldades em ampliar o domínio de uma fração como operador do contexto discreto para o contexto contínuo podem ser explicadas por autores como Vergnaud (1983 e 1990) quando trata das diferenças de procedimentos em diferentes contextos. Vergnaud (1983) aponta que uma das dificuldades na aprendizagem do conceito de fração ocorre porque o procedimento de contagem (muito utilizado com os Números Inteiros) deve ser substituído pelo entendimento da fração como uma relação entre duas quantidades. Tal problema difere tanto entre os contextos discretos e contínuos como para diferentes valores fracionários. Este tipo de explicação sugere que o fato de entender uma fração como relação entre duas quantidades ou como uma própria quantidade em um dado contexto, não implica necessariamente que este mesmo entendimento seja generalizado para outros contextos. Dienes (1971), também se refere à necessidade das crianças terem experiências, através das quais possam entender que a quantidade que se toma como unidade é aleatória. Isto faz pensar que o material utilizado, juntamente com as atividades sobre os mesmos, pudessem ser reformulados atendendo sugestões desses autores. Também, poder-se-ia aproveitar este tipo de dificuldade, transformando-a em “geradora” de novas idéias.

Um aspecto verificado foi a dificuldade de se construir uma fração equivalente a partir de outra fração (questão 8) e isso também

pode ser explicado em termos de representações. Hasemann (1986), em entrevistas clínicas com crianças de 7ª série, mostra que é possível ter-se diferentes desempenhos em questões que tratam de um mesmo conceito. Estas diferenças são causadas por diferentes representações internas que diferem ao mesmo tempo nas noções e conceitos objetivos (citados em livros, por exemplo), diferindo também de uma pessoa para outra. Esta explicação faz pensar quais tipos de representações que uma fração, representada somente pelo símbolo matemático e totalmente isolada de qualquer contexto, podem ter para a criança. Por exemplo, quando se pede para alguém pensar na fração $\frac{1}{4}$, pode-se ter que a pessoa pense em uma parte de algo que foi dividido igualmente em 4 partes iguais ou na comparação de 1 para 4 ou em 25%. Não existe obstáculo para que, na ausência de contextos, todos os procedimentos utilizados para os Números Naturais sejam, automaticamente, utilizados para as frações. Percebe-se, pelos resultados encontrados que, apesar da frequência ter aumentado para o grupo experimental, muitos alunos usaram procedimentos aditivos (somaram um mesmo número ao numerador e ao denominador) ao invés de usarem procedimentos multiplicativos. Isto mostra a importância do tempo disponível e necessário para o trabalho com questões desta natureza. Até que ponto este tipo de questão traz algum benefício para os alunos em uma 5ª série?

Uma outra explicação possível para este tipo de dificuldade é que construir uma fração, a partir de outra anteriormente dada, requer um nível elevado de abstração. De outro modo, requer a consideração das frações, do mesmo modo que os números naturais, como classe de equivalência. Assim, considerar uma fração como a classe de todas as classes.

A importância do contexto da sala de aula aparece novamente quando se tenta explicar o porquê da dificuldade notada quando são desenvolvidos trabalhos com figuras que não estão previamente divididas (questão 15). O resultado obtido permite inferir que em situações, de certa forma desconhecidas (a figura sugeria uma divisão implícita), os alunos buscam representar, de alguma maneira, tais situações. Eles ignoram o que desconhecem e fazem uso de procedimentos que estariam corretos para outras situações. É como se a dificuldade instalada permitisse uma regressão. De outra forma, a necessidade de divisão em partes iguais, entendida e reconhecida em outras situações, simplesmente foi deixada de lado para esta situação. A hipótese de que atividades, que proponham às crianças dividirem elas mesmas o material e o trabalho com outras atividades, onde exista um trabalho feito por elas com divisões implícitas, possam promover

referenciais mentais ou representações que sirvam tanto de apoio como fonte de procedimento para este tipo de questão é digna de verificação. Vergnaud (1985), coloca que é pelas ações, juntamente com suas próprias expectativas, que as crianças elaboram e corrigem suas representações que, na verdade, acabam promovendo outras ações.

Por fim, a dificuldade de escrever ou definir o que entendiam por comparar mostra um outro nível de representação de um conceito (comparar) e encontra suporte nas colocações de Piaget, para quem a capacidade de uma criança fazer e compreender na ação é sempre maior que a capacidade da mesma criança para conseguir verbalizar e ter consciência dos princípios subjacentes a suas ações. Payne (1976), em sua revisão de pesquisas sobre frações, apontou a verbalização de conceitos fracionários como uma dificuldade persistente independentemente do modo pelo qual o conceito de fração foi trabalhado.

As dificuldades encontradas neste estudo não são diferentes daquelas encontradas por outros pesquisadores, em outros estudos. A presença destas dificuldades não tirou o mérito das atividades dos “Jogos com Frações” como método ativo ou estruturado de ensino. Ao contrário, abrem caminho para novos estudos, investigações e interpretações.

Na situação de sala de aula, muitas outras variáveis além do experimento poderiam ser discutidas quanto à variação de desempenho dos alunos do grupo experimental. Contudo, a escolha de um desenho de pesquisa (Campbell, 1979) que possibilitou garantir a não interferência de variáveis que pudessem comprometer os resultados encontrados neste estudo fez crer que o aumento do desempenho pelos alunos do grupo experimental entre pré e pós-teste foi mesmo devido aos tipos de representações mentais sobre as frações, que estes alunos puderam construir a partir de coordenações das atividades propostas em uma metodologia diferenciada. A utilização de dois professores com experiências, crenças, formações, atitudes diferentes em relação à Matemática e, exclusivamente às frações, poderia ser confundida com o efeito do experimento. Todavia, um único professor trabalhando com duas metodologias diferentes também levantaria hipóteses sobre a validade ou não do mesmo, porque é certo que esse professor também teria suas crenças, sua formação e experiência, sua atitude quanto ao ensino-aprendizagem da Matemática e às frações. A forma pela qual as atividades foram desenvolvidas com o grupo experimental pressupõe toda uma concepção de aprendizagem, de ensino, de sujeito aprendiz baseada

na interação sujeito e objeto de conhecimento. Neste sentido, não desconsiderando a formação, experiência, atitudes dos professores quanto à Matemática, o que realmente foi considerado neste estudo foi o modo pelo qual as crianças do grupo experimental vivenciaram o tópico frações em sala de aula.

Não havia por que fazer comparações pontuais entre uma metodologia e outra. O que se destacou e vem acompanhando toda minha prática em sala de aula, desde aquele momento, é que agindo de uma forma ou outra há sempre diferentes concepções tanto de ensino-aprendizagem como de sujeito aprendiz.

Ensinar por definições, por apresentações de figuras previamente divididas e seus respectivos nomes, por atividades baseadas em resolver exercícios e problemas, de acordo com o modelo dado, tem como pressuposto um raciocínio do aprendiz sustentado pela associação de idéias, pela observação apenas, como se o sujeito que aprende não necessitasse agir, coordenar, refletir. É como se a técnica de ensinar, precisamente sua eficácia, bastasse e proporcionasse todo o desenvolvimento de um processo cognitivo necessário ao aprendiz para estruturar a realidade. A atividade interna do sujeito, sua ressignificação são, neste caso, ignoradas. Ao contrário, ensinar por atividades que permitam ao sujeito interagir com o objeto do conhecimento, confrontar expectativas e idéias anteriores com as que está construindo a partir dessas atividades, verbalizar sobre o que pensa, refletir sobre o agido e o pensado, entrar em contato com a visão do outro e poder perceber que existem diferentes pontos de vista que não são necessariamente iguais aos seus, construir representações mentais da realidade e poder chegar a conceitualizações e simbolizações tem como pressuposto a idéia de que toda aprendizagem é um processo, onde é imprescindível a participação do sujeito que aprende enquanto organizador de seu conhecimento. A participação do indivíduo já pressupõe a existência de estruturas primeiras que darão suporte à aprendizagem enquanto adaptação ativa. Aprender conjectura mecanismos de assimilação e acomodação que visam superar desequilíbrios e, deste modo, alcançar um novo estágio de desenvolvimento. Na aprendizagem, precisamente no alcance de níveis mais desenvolvidos ou operatórios desta, não basta ver, não basta ouvir. Deve haver coordenação de ações executadas sobre os objetos e sobre as próprias ações quando interiorizadas mentalmente.

O USO DE MATERIAL DIFERENCIADO EM SALA DE AULA: QUESTÕES ATUAIS.

Durante a utilização do material Jogos com Frações na sala de aula, algumas observações sobre o mesmo e sobre o comportamento das crianças ao trabalharem com este material puderam ser percebidas e registradas (foram tomadas notas de aula durante 12 aulas). Estas notas acabaram por ser caracterizadas como algumas observações e não como uma completa descrição do que se passou durante aquele período.

- Nas primeiras aulas, mesmo com o material a sua frente, as crianças se referiam às peças como “essa daqui” e “essa aqui” sem fazer alusão à cor das peças e muito menos à fração que representavam. Esta mudança de comportamento foi aparecendo gradativamente: primeiro as peças passaram a ser chamadas por suas cores e só posteriormente pelas frações que representavam.

- Após a introdução da representação simbólica e de sua denominação, muitas crianças se referiam ao numerador e ao denominador como “o de cima” e “o de baixo”. O entendimento conceitual do numerador e do denominador foi um ponto de dificuldade para algumas crianças que mesmo tendo a idéia de dividir e tomar partes quando no trabalho com os discos e com os feijões ainda faziam muita confusão quando trabalhavam com a representação Matemática. Com estas crianças o trabalho foi realizado fora do roteiro pré-estabelecido, fazendo com que retomassem a algumas situações anteriores.

- Na equivalência de frações, quando foram comparados $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$ e $\frac{4}{8}$ alguns alunos tentaram encontrar uma regularidade nos próprios símbolos: “um é metade de dois, dois é metade de quatro e quatro é metade de oito. Por isso são iguais”. Essa situação desencadeou muitos conflitos, já que as crianças pareciam entender o “porquê” da troca de 2 peças azuis ($\frac{2}{10}$) por 1 amarela ($\frac{1}{5}$). Entretanto, a comparação das frações $\frac{2}{10}$ e $\frac{1}{5}$, não parecia ser prontamente compreendida.

- No estudo dos operadores, quando se solicitava à criança que efetuasse o cálculo de $\frac{3}{5}$ de 15 grãos de feijão nos discos, essa tarefa era corretamente executada. Mas, quando se passava para os algoritmos, a tarefa tornava-se difícil para algumas crianças. Ainda no trabalho com operadores, o que mais instigou as crianças foi o cálculo de $\frac{8}{5}$ de 40 ser igual a 64. Queriam saber como era possível “tirar uma fração de 40 e ser 64”. Com base nesse exercício, desenvolveu-

se a discussão sobre as frações cujos numeradores são maiores do que 1. É interessante notar que o uso dos discos no cálculo de uma fração por um dado número é útil para desenvolver a idéia de que a quantidade recebida, como subgrupo, seria a mesma. Contudo, a regra de “dividir pelo de baixo e multiplicar pelo de cima” colocada por algumas crianças prevaleceu em todos os exercícios. Parece que a construção de um material específico para o trabalho com frações como operadores no contexto discreto, juntamente com a análise do trabalho realizado com esse material, poderá responder de forma mais concisa às questões referentes a frações nesse contexto.

- Nesse trabalho, duas outras observações merecem destaque: por mais que se tente colocar na forma de roteiro ou de alguma outra organização atividades que vão ser trabalhadas em um ambiente de sala de aula, alguns imprevistos sempre acontecem como o caso das crianças colocarem os dados na boca, fazerem aviões (dobrando) com as peças e fazerem também “guerra” com os grãos de feijão. Outra observação bastante interessante é que algumas crianças se “libertam” do material logo nas primeiras atividades e mostram entender corretamente os conceitos, fazendo uso de regras e de raciocínios não contraditórios.

É preciso salientar que essas dificuldades, em maior ou menor grau, continuaram sempre presentes nos outros anos letivos em que trabalhei, como professora de matemática, com 5ª séries usando basicamente a mesma metodologia usada em 1995 e 1996, para ensinar frações.

A permanência dessas dificuldades não só para as crianças da pesquisa, como também por aquelas dos outros anos letivos, não desmerece as atividades baseadas nos “Jogos com Frações”, de Maranhão e Imenes (1985/1986). Ao contrário, incita para investigações futuras, unindo-se a discussões sobre o conceito de frações enquanto um conceito utilizado em vários contextos, requerendo vários procedimentos e conseqüentemente, várias representações mentais sobre o mesmo.

...SER PROFESSOR, SER PESQUISADOR, SER PROFESSOR...

Desde o término deste estudo, seus dados são cada vez mais atuais, na medida em que me proporcionam constatar que algumas dificuldades, encontradas pelas crianças ao trabalharem com o conceito de frações na escola, configuram-se como atemporais porque se repetem a cada ano letivo. Estar atenta a essas dificuldades, com

vistas a torná-las aliadas do fazer pedagógico, foi o início do entendimento de que era possível unir concepções teóricas, desvelamentos e resultados de pesquisas anteriores com o fazer em sala de aula. Esta constatação permite pensar e agir em níveis cada vez mais otimizados quanto ao que se objetiva no ensino-aprendizagem de frações em situações escolares.

Entender uma aula como um espaço para comunicações utilizando metodologias de ensino que possam contribuir para a ressignificação de conceitos, procedimentos e atitudes de professores e alunos, não somente para a Matemática, mas junto com esta para outras disciplinas e situações intra e extra-escolares, remete à concepção de aprendizagem e de conhecimento sustentada tanto por mediações instrumentais como também pela diversidade, dos mais diferentes aspectos, encontrada atualmente nas escolas.

Uma aula de Matemática como um espaço de comunicação, sob a utilização de novos materiais que possam contribuir para a reelaboração e a construção de representações mentais do conceito de fração, apresenta-se mesmo como colaboradora para educadores que trabalham diretamente, nas mais inusitadas situações, em sala de aula e acreditam na concepção de aprendizagem e de conhecimento escolares, construídos pelo aprendiz, em uma relação interativa deste consigo mesmo, com seu professor e colegas.

As produções atuais sobre o professor refletir na sua ação, refletir sobre sua ação e refletir sobre sua reflexão (SCHÖN, 1983; TARDIF, 2002, PERRENOUD, 1998; PIMENTA, 2000) conseguem elucidar, de forma significativa, a relação teoria e prática não mais como uma relação de elementos opostos, mas como uma relação de elementos comunicantes que não se excluem, antes disso, constroem-se mutuamente. Portanto, se é certo que não há uma transposição direta da teoria à prática é mais do que certo entender que é possível, a partir de acontecimentos no ambiente escolar, construir saberes referenciais para outras práticas. Por esse caminho infere-se que como professores possamos não mais importar falas e significações sobre nosso saber e fazer. Ser professor-pesquisador aponta para um preparo, em termos de atuação profissional, no mínimo mais consciente e produtivo.

Recebido em: 10/04/2004

Aprovado em: 10/05/2004

NOTAS

- ¹ Consideradas frações mais comuns na vida diária e também as primeiras a serem construídas pelas crianças. (Breslich 1933 apud Porto, 1963).
- ² Sobre este assunto ver os autores: (POST, 1981; AGUIAR, 1983; LIMA, 1983; DRISCOLL, 1984; STREEFLAND, 1984; HASEMANN, 1986; MARANHÃO e IMENES, 1985/1986; BEZUK e CRAMER, 1989; PROEM, 1989; STEFFE e OLIVE, 1991; OLIVEIRA, 1992; WITHERSPOON, 1993; TINOCO e LOPES, 1994).
- ³ Estudo realizado entre os anos de 1995 e 1996, como parte do Programada de Pós-Graduação da Faculdade de Educação da Universidade de Campinas, na área de Educação Matemática, em nível de Mestrado.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AGUIAR, M. C. A. A Formação dos Conceitos de Fração e de Proporcionalidade a Partir da Teoria Piagetiana. *Psicologia Ciência e Profissão*. Ano 3, N° 2, p. 85-92, 1983.
- BEZUK, N. E CRAMER, K. Teaching about fractions: What, When, and How? *New Directions For Elementary School Mathematics*. VA: National Council of Teachers of Mathematics; Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, p. 156-167, 1989.
- BEZUK, N. Fractions in the Early Childhood Mathematics Curriculum. *Arithmetic Teacher*, 35, p. 56-60, 1988
- BOYER, C. B. *História da Matemática*. São Paulo. Editora da USP, 1974.
- CAMPBELL, D. T. *Delineamentos Experimentais e Quase-Experimentais de Pesquisa*. São Paulo: EPU. Editora da USP, 1979.
- CARAÇA, B. J. *Conceitos Fundamentais da Matemática*. Lisboa: Sá da Costa, 1951.
- DAVYDOV V. V. E TSVETKOVICH Z. H. The Object Sources of the Concept of Fractions. *Soviet Studies in Mathematics Education*, V. 6, Psychological Abilities of Primary School Children in Learning Mathematics, NCTM (1969,1991).
- DIENES, Z. P. *Frações*. São Paulo: Herder, 1971.
- DRISCOLL, M. What Research Says. *Arithmetic Teacher*, V.31, N°6, p. 34-35, 1984.
- HASEMANN, K. Analysis of Fraction Errors by a Model of Cognitive Science. *European Journal of Psychology of Education*. V. I, N° 2, p. 57-66, 1986.
- LIMA, J. M. F. Iniciação ao Conceito de Fração e o Desenvolvimento da Conservação de Quantidade. *Aprender Pensando*, Editado por Carraher, T. N. Secretaria de Educação do Estado de Pernambuco, Recife, 1983.
- MARANHÃO, M. C. S. E IMENES, L.M. Jogos com Frações I, II e III. *Revista de Ensino de Ciências*, N° 14, N° 15 e N° 16, (1985/1986).
- OLIVEIRA, R. G. *Compreensão do Conceito de Fração: Levantamento das Dificuldades no Processo de Construção do Conceito de Fração em Alunos de Escola Pública*. Anais do III Congresso de Iniciação Científica da UNESP. Jaboticabal, São Paulo, 1996.
- PAYNE, J. Review of Research on Fractions. *Number and Measurement*. (Ed.). Lesh, R. Columbus, Ohio: Eric/Smeac, p. 145-187, 1976.
- PERRENOUD, Ph. (1998). *De la réflexion dans le feu de l'action à une pratique réflexive*, Université de Genève: Faculté de Psychologie et des Sciences de l'éducation, 1998.
- PIAGET, J.; INHELDER, B. E SZEMINSKA, A. La Partition des Surfaces et la Notion de Fraction. *La Géométrie Spontanée de l'Enfant*. Paris: Press Universitaires de France, 1948.
- PIAGET, J. *Introduction a la Epistemologia Genética*. 1. El Pensamiento Matemático. Buenos Aires, 1975.
- PIAGET, J. & INHELDER, B. *A Representação do Espaço na Criança*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1983.
- PIMENTA, S. G. (Org). *Saberes Pedagógicos e Atividade Docente*. São Paulo: Cortez, 2000.
- PORTO, R. A. *Frações na Escola Elementar*. Belo Horizonte: PABAE, 1963.
- POST, T. R. Fractions: Results and Implications from Nacional Assessment. *Arithmetic Teacher*, 28 ,p. 26-31, 1981.
- POTHIER, Y. E SAWADA, D. Partitioning: An Approach to Fractions. *Arithmetic Teacher*, 38, p. 12-16, 1990.
- PROEM. *Uma Análise da Construção do Conceito de Fração*. Coordenadora: Campos, T.N. e Orientadora: D'Ambrósio, B., 1989.
- SCHÖN, D. A. *The Reflective Practioner*. New York: Jossey Bass, 1983.

- STEFFE, L. P. E OLIVE, J. The Problem of Fractions in the Elementary School. *Arithmetic Teacher*, 38, p. 22-24, 1991.
- STREEFLAND, L. Some Observational Results Concerning the Mental Constitution of the Concept of Fraction. *Educational Studies in Mathematics*. 9, pp. 51-73, 1984.
- TARDIF, M. *Saberes Docentes e Formação Profissional*. Petrópolis: Vozes, 2002.
- VERGNAUD, G. Conceitos e Esquemas numa Teoria Operatória da Representação. *Psychologie Française*. Nº 30-3/4, p. 245-252. Tradução de Anna Franchi e Dione Luchesi de Carvalho, 1985.
- _____. Multiplicative Structures. In: J.Heibert and M.Behr (Eds.), *Number Concepts and Operations in the Middle Grades*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics; Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, p. 141-160, 1989.
- _____. Psicologia Cognitiva e do Desenvolvimento e Pesquisas em Educação Matemática: Algumas Questões Teóricas e Metodológicas. *Caderno do CEM*. Ano 2, Nº2, p. 19-39, 1990.
- _____. *Psicologia cognitiva e do Desenvolvimento e Pesquisas em Educação Matemática: Algumas Questões Teóricas e Metodológicas*. Conferência para o Grupo de Estudos em Educação Matemática, Kingston Queevs University (Trad. de J.V. Weiss e F.H. Mandel), 1982.
- WITHERSPOON, M. L. Fractions: In Search of Meaning. *Arithmetic Teacher*, p. 482-485, 1983.
- WILSON, G. M. E DALRYMPLE, C. O. Useful Fractions. *Journal of Educational Research*, V. 30, Nº5, p. 341-347, 1937.